CAHIER DE VACANCES EN PHYSIQUE
POUR L'ENTRÉE EN CYCLE INGÉNIEUR·E GÉNÉRALISTE

01/03/2022– GUIDE POUR LES APPRENANTS

1. Préambule

Suite à l'actualité sanitaire, l'école d'ingénieurs du CESI a mis en place un plan de remédiation en sciences pour cette rentrée 2022-2023. Un accompagnement spécifique en mécanique, électricité est proposé afin que vous abordiez dans de bonnes conditions les projets scientifiques à venir.

Vos objectifs sont de vous assurer :

- Qu'aucune lacune dans les bases de mécanique, électricité ne subsiste après votre travail préparatoire ;
- D'être prêt pour l'évaluation du TOPHYC (Test of Physic for Integrated Curricula) en mécanique, électricité.

Il vous appartient de profiter de ce cahier en vous y investissant pleinement. Sans votre engagement, rien ne sera possible, ni maintenant, ni après.

2. Contenu

Vous allez passer un test de positionnement TOPHYC de 2h00. Dans ce test, des questions de calcul, de raisonnement, de recherche, de représentation, d'expression et de modélisation qui devraient à ce stade être acquises, vont vous être proposées.

Ce premier test ne fera pas l'objet d'une note sur le dossier de synthèse; c'est un test pour permettre de connaître votre niveau et vous proposer le meilleur programme de remise à niveau possible. L'analyse sera sur les compétences et les chapitres abordés [Fig].

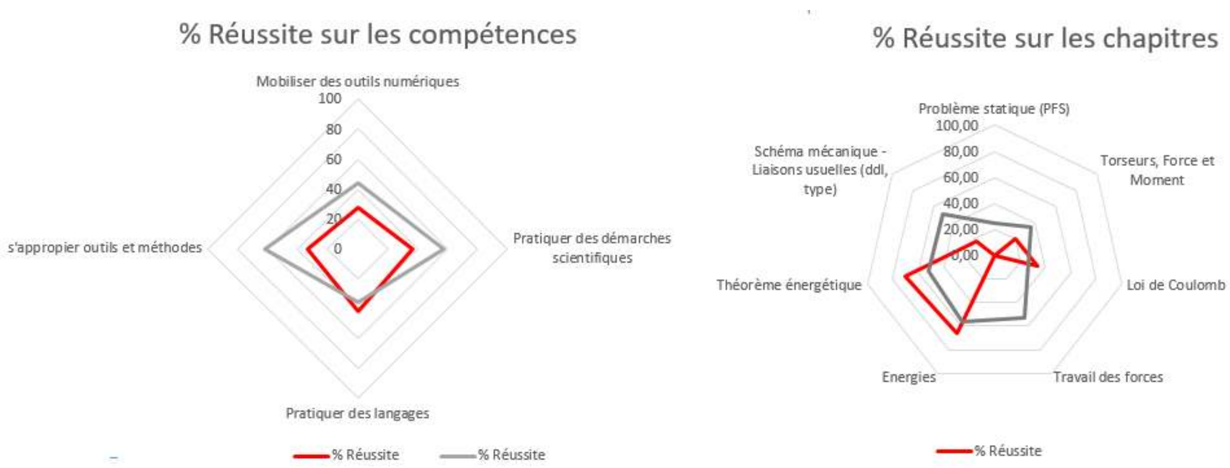


Figure : Analyse TOPHYC par compétence et par chapitres

Vos tuteurs vont récupérer vos notes et analyser avec vous vos résultats afin de vous aider durant toute l'année. Les autres tests TOPHYC seront en revanche évalués et placés dans votre dossier de synthèse. Vous devrez donc être au rendez-vous !

En attendant de passer ce premier examen de positionnement au début de votre formation, nous vous invitions à réviser sérieusement les chapitres exposés dans ce document.

Trois mini projets vous sont proposés :

- **Projet 1 : La loop fait la force (mécanique énergétique)**
- **Projet 2 : Sauvetage à risque (dynamique et cinématique, mécanique du point)**
- **Projet 3 : Nous avons les moyens de vous faire parler ! (Électricité)**

Le temps estimé pour réaliser sereinement ces travaux est de 15 jours.

Vous êtes libre de choisir l'ordre de traitement des projets.

Si vous identifiez que vous n'avez pas acquis certains chapitres en raison soit de l'actualité, soit en fonction de vos choix de spécialités dans le secondaire ou encore de votre Bac+2, nous vous incitons à profiter de ces ouvrages en libre accès (https://www.lelivrescolaire.fr) et de ce site très bien réalisé (Université En Ligne (unisciel.fr) section Electrocinétique 1 et 2 et Mécanique).

CESI_
ÉCOLE D'INGÉNIEURS

Contenu

3. Apports théoriques à travailler pour les projets

Mécanique :

- Energie : [Apprendre [Puissance - Travail - Energie] (unisciel.fr)]
- Pour des rappels de lycée : [Cours | Lelivrescolaire.fr]
- Forces et Moments : [Apprendre [Efforts exercés sur un système matériel] (unisciel.fr)]
- Pour des rappels de lycée : [Cours | Lelivrescolaire.fr]

Thermodynamique :

- [Cours | Lelivrescolaire.fr]

Electricité :

- [Electrocinétique 1 : Régime continu permanent (unisciel.fr)]
- Pour des rappels de lycée : [Cours | Lelivrescolaire.fr]

4. Kickoff projet 1 : Le loop fait la force

Description détaillée du projet

Vous faites partie des organisateurs des Jeux Olympiques d'hiver de 2022 qui se dérouleront à Pékin. Avec votre équipe, vous devez réaliser les études et calculs nécessaires afin que l'épreuve du saut à ski se déroule en toute sécurité pour les athlètes.
Les conditions de vent le jour de la compétition, calculées par les météorologistes, ont permis d'établir que la vitesse en sortie de tremplin doit être comprise entre 60 et 100 km/h.
A partir de ces données, vous devez déterminer à quelle hauteur positionner l'aire de départ du tremplin.
Le profil d'un tremplin doit être composé d'abord d'une aire de démarrage constituée d'une ligne droite, ensuite d'un arc de cercle assurant la transition avec la table de décollage, cette dernière étant un bref segment de droite. La position de départ du skieur sera fonction de ses caractéristiques (aérodynamique, masse, etc.) et pourra être quelconque sur l'aire de démarrage.
Le saut à ski est une discipline faisant l'objet de nombreuses compétitions, notamment aux
Jeux Olympiques. Le but consiste à sauter le plus loin possible tout en gardant un style esthétique pour le vol et l'atterrissage.
Le projet repose sur une étude dynamique-énergétique d'un dispositif de tremplin à ski avec looping.
Les étudiants devront étudier les étapes d'un saut à ski (distances, temps, vitesses) et faire des calculs de trajectoire à l'aide des théorèmes de conservation de l'énergie. Ils seront également confrontés aux forces non-conservatives et à la dissipation de l'énergie pour aborder de façon réaliste la phénoménologie liée à la cause et aux conséquences du mouvement

Lexique – Glossaire

- Cinématique 2D
- Arc de cercle
- Variable angulaire
- Energie Potentielle
- Conservation
- Dissipation
- Frottement
- Energie Mécanique
- Trajectoire
- Temps de Vol
- Composantes de vitesse
- Accélération centripète

5. Les grands objectifs visés par le projet

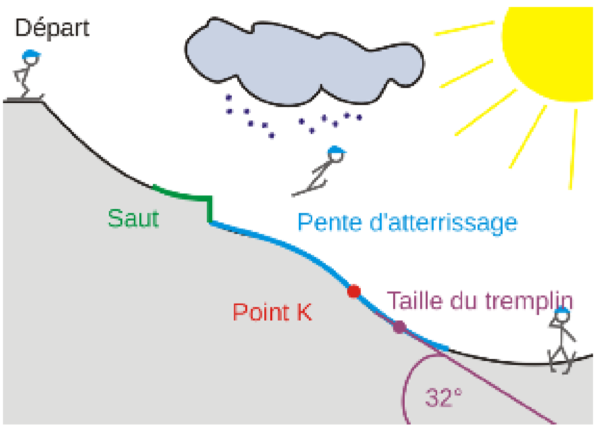
Calculer les forces résultantes sur un système avec les lois de la dynamique
Mettre en œuvre les équations du mouvement circulaire
Identifier le centre de masse des corps solides et suivre leur mouvement
Appliquer les principes de conservation de l'énergie pour résoudre un problème cinématique
Identifier les différents types d'énergie dans les théorèmes énergétiques
Identifier les forces conservatives et non-conservatives dans un problème dynamique
Expliquer la dissipation de l'énergie

6. La problématique

Il s'agit de déterminer la hauteur de l'aire de départ, ainsi que la trajectoire du skieur. Deux cas devront être étudiés, en négligeant les forces de frottement puis en les prenant en compte.

Etude du tremplin :

Fixer les différents paramètres du tremplin utilisé. Vous disposez des règles de la F.I.S. (Fédération Internationale du Ski). On pourra se référer au tremplin mis en place lors des JO de Sotchi en 2014.
Déterminer la hauteur de l'aire de départ, sachant que la vitesse en sortie de tremplin doit être comprise entre 60 et 100 km/h



https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=19582645

Etude du saut :

Expliquer le positionnement du corps durant le saut.
Réaliser le bilan des forces agissant sur le skieur et déterminer sa trajectoire.

Remarques/Questions à formuler :

Analyser l'influence de la pesanteur sur les mouvements.
Que se passe-t-il dans un looping ? Est-ce que le mouvement est le même pour un arc-de-cercle ? Quelles sont les forces présentes ? Pourquoi les mobiles ne dévient pas de leur trajectoire ?
Qu'est-ce que l'énergie ? Quelles sont les représentations de celle-ci ?
Il est très important de connaître l'énergie liée aux mouvements et l'énergie liée à la position ; à partir de ce point les étudiants doivent savoir appliquer les théorèmes de conservation.
Il faut se demander pourquoi les mobiles s'immobilisent finalement pour ainsi aborder le problème de la dissipation de l'énergie et des forces non conservatives.
Aborder les différents types de friction (statique, par glissement, par roulement), le théorème de l'énergie cinétique pour calculer l'énergie dissipée.
Calculer séparément le travail d'une force avec le produit scalaire.

7. Workshop Travail et énergie

1- (F1) Si une personne extrait de l'eau d'un puits à l'aide d'un seau de 20 kg, faisant un travail qui vaut 6 kJ, quelle est la profondeur du puits ?

Corrigé :
On considère que la force $\vec{F}$ s'appliquant sur le seau, et de même norme que le poids mais de sens opposé. On a donc :

$$W(\vec{F}) = m\,g\,h = 6000\,J$$

D'où

$$h = \frac{W(\vec{F})}{mg} = \frac{6000}{20 \times 9{,}8} = 30{,}61\,m$$

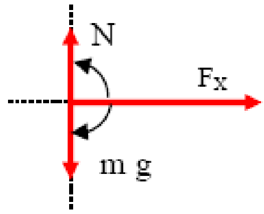
2- (F1) Un bloc de 2,5 kg de masse est poussé horizontalement le long d'une table sur une distance de 2,2 m sans frottement avec une force constante de 16 N dirigée à 25° vers le bas. Trouver le travail effectué par :

a- La force exercée
b- La force normale sur la table

c- La force gravitationnelle
d- La force nette sur le bloc

Corrigé :

a- Le travail effectué par la force :



F_x = F cos 25
F_x =16 * cos 25
F_x = 16 * 0,9063
F_x = 14,5 Newton

$$W = F_x \cos(0)\, d = 14{,}5 \times 2{,}2 = 31{,}9\, J$$

b- Le travail effectué par la réaction de la table : comme c'est une force perpendiculaire au déplacement : $cos(90°) = 0$, le travail de la normale est nul.

c- Le travail effectué par la force de gravité : même cas que en b) : le poids est perpendiculaire au déplacement : $cos(90°) = 0$, le travail du poids est nul.

d- Le travail net effectué sur le bloc est l'addition des travaux : on a seulement le travail par la force en x :

$$W = F_x \cos(0)\, d = 14{,}5 \times 2{,}2 = 31{,}9\, J$$

3- (F1) Un employé d'une entreprise de déménagement veut déplacer un meuble. Calculer le travail effectué par l'homme dans les situations suivantes :

a- Il pousse le meuble avec une force de 1000 N parallèle au sol sur une distance de 8 m.
b- Il traîne le meuble avec une force de 1000 N au moyen d'une corde qui forme un angle de 30° avec le sol sur une distance de 8 m.
c- Le meuble étant déjà en mouvement sur le sol, l'homme le freine avec une force de 1000 N parallèle au sol sur une distance de 6 m.
d- Il marche sur le sol à une vitesse constante avec le meuble sur les épaules.

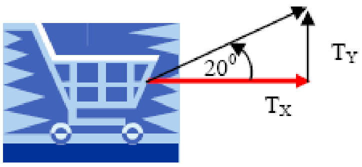
Solution :

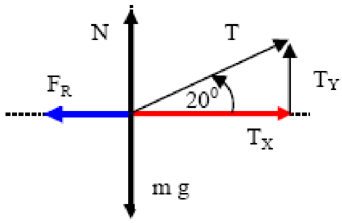
a- Ici le travail effectué est de :
$$\mathrm{W} = \mathrm{F\, d} \cos(0) = 1000 \times 8 \times 1 = 8000\ \mathrm{J}$$
b- Dans ce cas on considère l'inclinaison de la corde
$$\mathrm{W} = \mathrm{F\, d} \cos(30) = 1000 \times 8 \times \cos(30) = 6928\ \mathrm{J}$$
c- Ici il y a une force qui s'oppose au mouvement car elle sert à freiner le mouvement du meuble :
$$\mathrm{W} = \mathrm{F\, d} \cos(180) = 1000 \times 6 \times (-1) = -6000\ \mathrm{J}$$
d- L'angle entre la force poids du meuble et le déplacement est un angle droit :
$$\mathrm{W} = \mathrm{F\, d} \cos(90) = 0$$

4- **(F2)** Une roulotte se déplace sur 20 m, chargée de briques, à vitesse constante. La masse totale (briques et roulotte) est de 18 kg. La corde attachée à la roulotte est inclinée à 20° de l'horizontale et on a un coefficient de frottement μ=0.5, calculer :

- **a-** Le travail effectué par la corde que tire la roulotte
- **b-** L'énergie perdue due au frottement

Corrigé: faisons un diagramme des forces sur l'objet :





a- L'a

$T_X - F_R$

T_X = T cos 20

$\mathbf{T_X = F_R}$

T cos 20 - μ N = 0

T cos 20 = μ N

L'addition des forces en y est nulle (a=0) :

$$\mathbf{\Sigma F_Y = 0}$$
$$N + T_Y - mg = 0$$
$$\mathbf{N = mg - T_Y}$$

Donc si on fait l'égalité des deux expressions pour la normale :

$$\frac{T\cos(20)}{\mu} = mg - T\sin(20)$$
$$T\cos(20) = \mu mg - \mu T\sin(20)$$
$$T\cos(20) + \mu T\sin(20) = \mu mg$$
$$T(\cos(20) + \mu\ \sin(20)) = \mu mg$$
$$T = \mu\frac{mg}{(\cos(20) + \mu\ \sin(20))} = 79{,}4\ N$$

Le travail effectué par la corde est donné par la composante parallèle au déplacement :

$$T_x = T\cos(20)$$
$$W = T_x\ d = T\cos(20)\ d = 74{,}6\ \times\ 20\ = 1492\ J$$

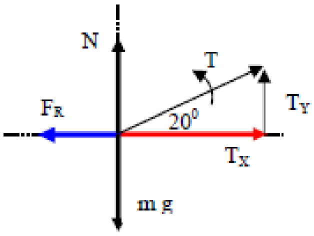
b- L'énergie associée aux forces de frottement est le travail de la force de frottement non conservative : la force de fortement est de la même magnitude que la tension en x, mais de sens opposé :

$$W = F_r\ d = F_r\ d\cos(180) = T_x d\ (-1) = -74{,}6\ \times 20\ = -1492\ J$$

5- (F2) Un bloc de 15 kg est poussé sur une surface horizontale rugueuse par une force de 70 N, exercée à 20° par rapport à l'horizontale (accélération non nulle). Le bloc se déplace 5 m et le coefficient cinétique de frottement est de 0,3. Déterminer :

a- Le travail effectué par la force externe
b- Le travail effectué par la force normale
c- Le travail effectué par la force gravitationnelle
d- L'énergie perdue due à la friction
e- La variation d'énergie cinétique du bloc

Solution : Faisons un diagramme des forces sur le corps :



a- Le travail effectué par la force :

$F_X = F \cos 20$
$F_X = 70 * \cos 20$
$F_X = 70 * 0,9396$
$F_X =$ 65,77 Newton

$W = F_X (\cos 0) * d = 65,77 * 5 = 328,85$ Newton * m

b- Le travail effectué par la normale, force perpendiculaire au déplacement :

W = 328,85 j

$W = N * d * (\cos 90)$
$W = 123,06 * 5 * (0)$
W = 0

c- Le travail effectué par le poids, force perpendiculaire au déplacement :

$W = mg * d * (\cos 270)$
$W = 15 * 9,8 * 5 * (0)$
W = 0

d- Travail effectué par la force de frottement :

$F_R = \mu N$
$F_R = 0,3 * 123,06$
$F_R =$ 36,918 Newton

La force de frottement est à 180° par rapport au sens du déplacement :

$W = F_R (\cos 180) * d = 36,918 * (-1) * 5 = -184,59$ Newton * m

W = - 184,59 j

e- La variation d'énergie cinétique du bloc se calcule comme le travail net réalisé (dans la direction du déplacement) :

W = 328,85 j - 184,59 j = 144,3 j

6- (F2) Un moteur de 88200 W de puissance est capable de lever un poids de 2 tonnes jusqu'à une hauteur de 25 m. Quel est le temps employé pour cela ?

Solution :

$$P = \frac{W}{t}$$
$$P = \frac{m\,g\,d}{t}$$
$$t = \frac{m\,g\,d}{P}$$
$$t = 2000 \times 10 \times 25 \,/\, 88200$$
$$t = 5{,}67\ s$$

comparer : $F = \frac{P}{v}$ donc

$$P_1 > P_2 > P_3$$

8. Workshop Forces de frottement

1- (F1) Pour faire glisser un bloc sur une surface horizontale avec une vitesse constante, on a besoin d'une force de 30 N. Si la masse du bloc est de 5 kg, quel sera le coefficient de frottement cinétique?

Solution : Ecrivons l'équation des forces dans le sens du mouvement, utilisant le coefficient cinétique, vitesse constante donc $a = 0$

$$F - f_r = ma = 0$$
$$F = fr = 30\ N$$

D'où on peut facilement isoler μ_c :

$$\mu_c = \frac{fr}{mg} = \frac{30}{5 \times 9.8} = 0{,}61$$

2- (F2) Un objet subit un déplacement horizontal lorsqu'il est tiré par une force oblique. L'objet possède une masse de 8 kg et la force appliquée est de 20 N. La force de frottement entre l'objet et le sol est de 3 N et l'accélération de l'objet est de $0{,}05\ m/s^2$. Quel est l'angle de la force par rapport à l'horizontale?

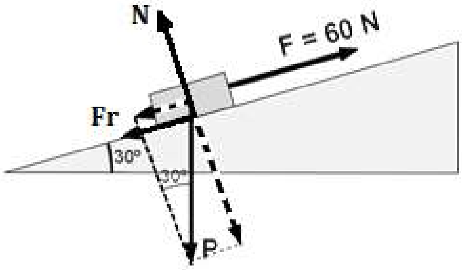
Solution :

$$F_{rés} = ma$$
$$F_x - F_f = ma$$
$$F\cos\theta - F_f = ma$$
$$\cos\theta = \frac{ma + F_f}{F}$$
$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{ma + F_f}{F}\right)$$
$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{8\ \text{kg} \times 0{,}05\ \text{m/s}^2 + 3\ \text{N}}{20\ \text{N}}\right)$$
$$\theta = \cos^{-1}(0{,}17)$$
$$\theta = 80{,}2°$$

3- **(F2)** Une masse de 10 kg se trouve sur un plan incliné à 30° avec l'horizontale. Sur cette masse s'exerce une force parallèle au plan incliné de 60 N, faisant monter la masse. Si le coefficient cinétique de frottement est de 0.1, déterminer :

a- La valeur de la force de frottement

b- L'accélération de la masse



Solution : On fera le diagramme des forces sur la masse avec un référentiel parallèle au plan incliné :

a- La force de frottement est définie comme :

$$F_r = \mu_k N = \mu_k \, mg\cos(30°) = 10 \times 9{,}8 \times \ 0{,}86 = 8{,}5 \, N$$

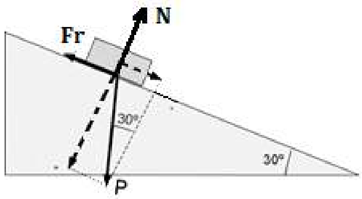
b- Pour calculer l'accélération on pose l'équation dans le sens du mouvement :

$$F - P_x = ma_x$$

$$a_x = \frac{F - P_x}{m} = \frac{60 \ - 10 \ \times \ 9.8 \times \ 0.5}{10} = 0.25 \, m.s^{-2}$$

4- **(F2)** Quelle doit être la valeur du coefficient de frottement cinétique entre un enfant et la surface d'un toboggan de 30° d'inclinaison, pour que l'accélération descendante de l'enfant soit de 0,24 m/s² ?

Solution : on fera le diagramme des forces sur l'enfant



Si on place un référentiel solidaire au toboggan avec les x vers le bas on a dans cette direction que :

$$P\sin 30 - F_r = ma$$

De la direction verticale on obtient :

$$P\cos(30) - N = 0 \quad \rightarrow N = mg\cos(30)$$

Et on sait que $F_r = N\mu = mg\cos(30)\,\mu$

On remplace dans l'équation de la direction x :

$$mg\sin 30 - mg\cos(30)\,\mu = ma$$

$$g\,(\sin(30) - \cos(30)\mu) = a$$

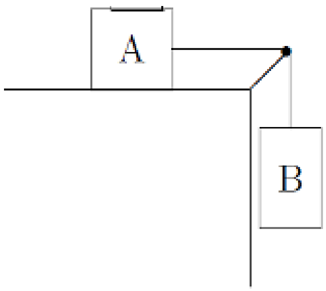
Ainsi on obtient :

$$\frac{\sin(30) - \frac{a}{g}}{\cos(30)} = \mu = 0{,}55$$

5- **(F3)** Un bloc A de 3,5 kg se trouve en repos sur un plan horizontal avec frottement. Le coefficient cinématique de frottement pour cette surface vaut 0.5. Le bloc A est lié par une corde sans masse à autre bloc B, suspendu, de masse égale au premier comme le montre la figure à droite :

a- Trouver la tension sur la corde

b- Trouver l'accélération pour chaque bloc.



Solution : Les deux blocs auront la même accélération car ils sont liés par une corde. Donc posons les équations de la dynamique pour chaque corps selon un référentiel solidaire avec la corde où l'axe des x coïncide à tout moment avec la corde :

$$\begin{array}{llll} en\ x: & bloc\ 1 & -F_r + T = m_1 a & \\ en\ y: & bloc\ 1 & N - P_1 = 0 & \rightarrow \quad N = m_1 g \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} en\ x: bloc\ 2 & P_2 - T = m_2 a \\ en\ y: \ bloc\ 2 & \sum F_y = 0 \end{array}$$

D'ici on calcule

a- L'accélération à partir de l'équation du bloc 1 :

On additionne les équations en x :

$$en\ x\ (total): \quad P_2 - T - F_r + T = (m_1 + m_2)a$$
$$P_2 - F_r = (m_1 + m_2)a$$

On remplace $P_2 - F_r = m_2 g - m_1 g \mu_D$

$$m_2 g - m_1 g \mu_D = (m_1 + m_2)a$$

On isole l'accélération :

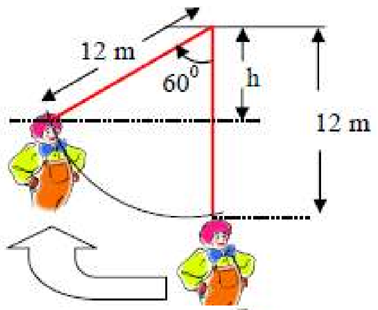
$$a = \frac{g\ (m_2 - m_1\ \mu_D)}{(m_1 + m_2)} = 2.45 \frac{m}{s^2}$$

b- La tension à partir de l'équation du bloc 2 en x :

$$P_2 - m_2 a = T = m_2(\ g - a) = 25.72\ N$$

9. Workshop Energie mécanique

7- **(F1)** Dans une manœuvre acrobatique, un clown de masse 80 kg est suspendu à l'extrémité d'une corde de 12 mètres. Le clown met la corde en mouvement et arrive à se balancer pour monter sur un balcon quand la corde forme un angle de 60°, tel que le montre la figure à droite.



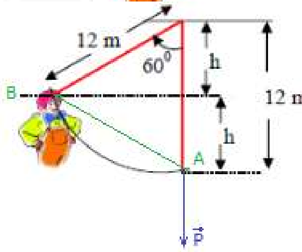
a- Que vaut le travail effectué par la force gravitationnelle dans cette manœuvre ?

b- Calculer la variation d'énergie potentielle gravitationnelle du clown

<u>Solution</u> :

a- Le travail effectué par la force gravitationnelle :

$$W\ (\vec{P}) = \ \vec{P}.\overrightarrow{AB}$$
$$W\ (\vec{P}) = \ mg \times AB \times \cos 120°$$
$$W\ (\vec{P}) = \ 80 \times 9{,}8 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\ 4704\ J$$



b- La variation d'énergie potentielle gravitationnelle du clown est :

$$\Delta E_p = mgh_f - mgh_i = mg(h_f - h_i) = 80 \times 9{,}8 \times 6 = 4704\ J = -W(\vec{P})$$

8- **(F1)** Un projectile de masse 80 kg est lancé verticalement vers le ciel avec une vitesse initiale de 95 m/s. Les forces de frottements sont négligeables.

a- Quelle sera son énergie cinétique au bout de 7s ?

b- Quelle sera son énergie potentielle gravitationnelle à sa hauteur maximale ?

Solution :

a- Avec la cinématique on calcule la vitesse après 7 s :

$$vf = v_0 - g\,t$$
$$vf = 95 - (9{,}8 \times 7\,)$$
$$vf = 95\,m/s - 68{,}6\,m/s$$
$$vf = 26{,}4\,m/s$$

Ensuite l'énergie cinétique sera de :

$$Ec = ½\,m\,v^{\,2}$$
$$Ec = ½\,80 \times 26{,}4^{\,2}$$
$$Ec = 27878{,}4\,J$$

b- Conservation de l'Energie mécanique, donc :

$\Delta Em = \Delta Ec + \Delta Ep = Ec_f - Ec_i + Ep_f - Ep_i = 0$ *(on néglige les forces non conservatives)*

Or :

- à l'état initial, le projectile est au sol, donc $Ep_i = 0\,J$
- à sa hauteur maximale, la vitesse du projectile est nulle, donc $Ec_f = 0\,J$

donc : $-Ec_i + Ep_f = 0 \Leftrightarrow Ec_i = Ep_f$

On calcule Ec_i :

$$Ec_i = \frac{1}{2}mv_i^{\,2} = \frac{1}{2} \times 80 \times 95^2 = 361\,kJ$$

Autre méthode : On calcule la hauteur maximale avec la relation :

$$v_f^{\,2} - v_0^2 = 2\,g\,h$$
$$-\frac{v_0^{\,2}}{2\,g} = h$$
$$h = 95^{\,2}/(2 \times 9{,}8\,)$$
$$h = 460{,}46\,m$$

Et à partir d'ici on calcule l'énergie potentielle :

$$E_p = m\,g\,h$$
$$Ep = 80 \times 9{,}8 \times 460{,}46 = 361\,k\,J$$

9- (F2) Une voiture de 149.2 kW de puissance et de 1.47 tonne roule sur une pente de 60° à une vitesse constante. Calculer la hauteur que la voiture atteint en 20 s.

Solution : A partir de la puissance on obtient le travail effectué :

$$P = \frac{W}{t}$$
$$P\,t = W$$
$$W = 149200 \times 20$$
$$W = 2984000\,J$$

A partir du bilan énergétique :

$$W = \Delta_{EM} = \Delta_{Ec} + \Delta_{Ep} = E_{c2} - E_{c1} + E_{p2} - E_{p1}$$

Et comme la vitesse est constante il n'y a pas de variation d'énergie cinétique :

$$W = \Delta_{EM} = \Delta_{Ep} = E_{p2} - E_{p1} = m\,g\,h_2 - m\,g\,h_1$$

Si on prend $h_1 = 0$

$$\begin{aligned} W &= m.g.h_2 \\ h_2 &= W/(m\,g) \\ h_2 &= \frac{2984000}{1470 \times 9{,}8} \\ h_2 &= 207\ m \end{aligned}$$

10- (F2) Un ressort horizontal de constante élastique k = 100 N / m, initialement à vide est étiré de 2,0 cm.

a- Calculer la variation d'énergie potentielle élastique.

b- Calculer la force élastique mise en jeu

Solution :

a- La variation d'énergie potentielle élastique $\Delta E_{el} = E_{elf} - E_{eli}$

$$\Delta E_{el} = \frac{1}{2}\,k\,x_f^2 - \frac{1}{2}\,k\,x_i^2 = \frac{1}{2}\,k\left(x_f^2 - x_i^2\right) = \frac{1}{2} \times 100 \times 0{,}02^2 = 0{,}02\,J$$

b- $F = -kx = -\,100\ \times\ 0{,}02 = -\,2\ N$

11- (F2) Une petite voiture pousse une masse de 800 kg et son rendement est de 18 % (18 % de l'énergie du combustible est transférée aux roues).

a- Trouver la quantité d'essence utilisée pour accélérer la voiture depuis le repos jusqu'à 97 km/h. (1 litre d'essence équivaut à 1.34 10^8 J d'énergie)

Solution :

a- L'énergie nécessaire pour accélérer la voiture est égale à la variation d'énergie cinétique entre l'état initial et final. Mais comme la voiture part du repos, il n'y a que l'énergie cinétique finale.

$$\Delta Ec = Ec_f = \frac{1}{2}m{v_f}^2 = \frac{1}{2} \times 800 \times \left(97 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 = 2{,}904.10^5 J$$

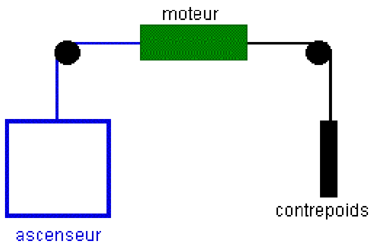
A partir du rendement calculons la fraction d'énergie, *x*, qui va aux roues :

$$x = 1{,}34 \times 10^8 \times \frac{18}{100} = 2{,}412.10^7 J$$

La quantité d'essence necessaire est alors égale à:

$$\frac{2{,}904.10^5}{2{,}412.10^7} = 1{,}204.10^{-2} L$$

12- (F2) Un ascenseur de 2500 kg est relié à son contrepoids de 2000 kg. Quelle puissance le moteur doit-il fournir pour que l'ascenseur maintienne une vitesse constante de 3 m/s vers le haut ?



Solution :

Pendant que l'ascenseur monte (y = 3 m à chaque seconde), le contrepoids descend (y = - 3 m à chaque seconde). Si la vitesse de l'ascenseur est constante, celle du contrepoids l'est aussi. Le travail net fait sur l'ensemble est donc nul.

$$\Delta E_c = W_{net} = W_{mg} + W_{Mg} + W_{moteur} = 0$$

Dans l'équation précédente, W_{mg} est le travail fait par la force gravitationnelle sur le contrepoids, W_{Mg} est le travail fait par la force gravitationnelle sur l'ascenseur et W_{moteur} représente le travail fait par le moteur.

$$-(W_{mg} + W_{Mg}) = W_{moteur}$$

Comme la puissance correspond au travail fait par le moteur par unité de temps, il suffit de calculer le travail fait par le moteur à chaque seconde pour avoir la puissance requise de ce dernier.

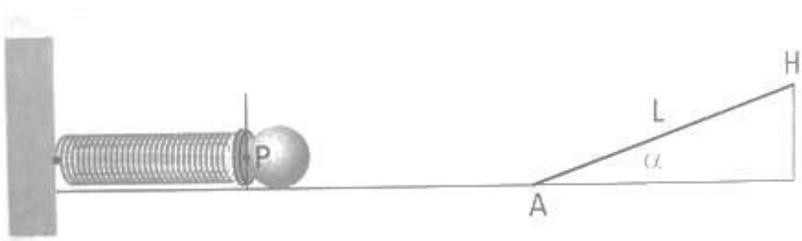
$$W_{moteur} = -(F_{cp}\, d_{cp} \cos(180) + F_{asc}\, d_{asc} \cos(0))$$
$$W_{moteur} = -(-2000 \times 9.8 \times 3 + 2500 \times 9{,}83)$$
$$W_{moteur} = 14700\, J$$

Donc la puissance :

$$P_{moteur} = \frac{W_{moteur}}{t} = \frac{14700\, J}{1\, s} = 14.7\ 10^3 W = 14\ kW$$

13- (F3) Étude du lanceur de la bille d'un flipper.

Le flipper est constitué d'un plan horizontal et d'un plan incliné d'un angle α = 20 ° avec l'horizontale et d'une longueur L = 80 cm. Au sommet du plan incliné, se trouve une cible H à atteindre. ($k = 35{,}6\ N/m$)



On comprime le ressort de 10 cm, on pose la bille de m=150 g contre la butée et on libère le système. La bille quitte la butée et on considère qu'elle poursuit son mouvement en glissant sans frottement sur la portion de plan horizontal, puis sur le plan incliné avant d'atteindre la cible H.

- **a-** D'où provient l'énergie acquise par la bille ? combien-vaut-elle ?
- **b-** Donner l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle de la bille en fonction de L, m, α et g une fois la cible H atteinte. Faire l'application numérique.
- **c-** Quelle sera la vitesse de la bille une fois le ressort lâché ?
- **d-** Est-ce qu'elle arrivera à toucher la cible ? Justifier. Calculer par la suite la vitesse minimale pour réussir.

e- Quelle sera le nouveau constant élastique du ressort si on veut que la vitesse au relâchement de celui-ci soit suffisante pour atteindre la cible ?

Solution :

a- Le ressort a emmagasiné de l'énergie potentielle élastique. Au cours de la détente, cette énergie est transformée en énergie cinétique. $E_{elas} = \frac{1}{2}kx_f^2 = 0{,}5 \times 35{,}6 \times 0{,}1^2 = 0{,}178\,J.$

b- L'énergie potentielle :

$$E_p = mgH = mg\sin(\alpha)\,L = 0{,}15 \times 9{,}8 \times \sin(20°) \times 0{,}8 = 0{,}40\,J$$

c- Quelle sera la vitesse de la bille une fois le ressort lâché ?

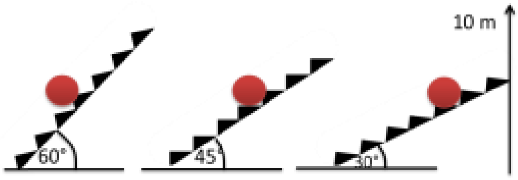
$$E_c = \frac{1}{2}m\,v^2 = E_{el}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}178}{0{,}15}} = 1{,}54\,m/s$$

d- On veut que $E_p = E_c$ en H. $E_c = \frac{1}{2}m\,v^2 = 0{,}40\,J$ et d'ici v= $\sqrt{\frac{2 \times 0{,}4}{0{,}15}} = 2{,}30\,m/s$

e- Ainsi, $\frac{1}{2}kx_f^2 = 0{,}40\,J$ d'où, $k = 2\frac{0{,}40}{0{,}1^2} = 80\,N/m$

14- (F3) Trois corps de même poids sont soulevés depuis le sol jusqu'à une hauteur de 10 m à l'aide d'escaliers mécaniques de vitesse constante mais d'inclinaisons différentes pour chacun d'eux 60°, 45° et 30°. Démontrer que les travaux effectués par les forces qu'exercent les escaliers sont les mêmes et que les puissances développées sont différentes.



Solution : Par trigonométrie on calcule la distance parcourue par les objets.

$$d_1 = \frac{10\,m}{\sin 60°} = 11.54\,m,\quad d_2 = \frac{10\,m}{\sin 45°} = 14.14\,m,\quad d_3 = \frac{10\,m}{\sin 30°} = 20\,m$$

Pensons au poids maintenant : il y a deux composantes comme dans tout mouvement du plan incliné. La composante en y sert à compenser la normale, la composante en x est le poids qui pousse l'objet vers le bas. La force que doit faire l'escalator est pour compenser la composante en x du poids est :

$$F_1 = P\sin(60°) = 0.86\,P,\ F_2 = P\sin(45°) = 0.7\,P,\ F_3 = P\sin(30°) = 0.5\,P$$

De cette forme on sait que :

$$F_1 > F_2 > F_3$$

Pour les travaux on a par la variation d'énergie mécanique :

$$W_{force\ ext} = \Delta E_M = E_f - E_i = E_{pf} = mgh$$

Car les mg sont les mêmes pour tous et h aussi ! Donc tous sont identiques !!!

10. Workshop Théorèmes de conservation de l'énergie mécanique

15- (F1) Un bloc de bois de masse 1 kg est placé en contact d'un ressort de k = 200 N/m (le système se trouve sur une surface plane sans frottement). Un projectile de 10 g est lancé vers le bloc en bois. On observe comme résultat une compression de 10 cm du ressort. Trouver :

a- la vitesse initiale du projectile avant la compression du ressort

b- la quantité d'énergie mécanique perdue par le système. Expliquer.

Solution :

a- A partir de la conservation de l'énergie (pas de force non conservative), l'énergie cinétique initiale est transformé en énergie élastique finale :

$$0 = \Delta_{EM} = E_{cf} - E_{ci} + E_{el\,f} - E_{el\,i}$$
$$E_{cf} - E_{ci} = E_{el\,i} - E_{el\,f}$$
$$E_{ci} = E_{el\,f}$$
$$\frac{1}{2}\,m\,vi^2 = \frac{1}{2}\,k\,\Delta xf^2$$

La vitesse initiale vaut donc :

$$v_i = \sqrt{\frac{k}{m}}\,\Delta x_f = \sqrt{\frac{200}{0.01}} \times 0{,}10 = \boxed{14{,}14\,m/s}$$

b- Les énergies initiale et finale :

$$E_{ci} = \frac{1}{2}\,m\,vi^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}01 \times 14{,}14^2 = 1\,J$$
$$E_{elas\,f} = \frac{1}{2}\,k\,\Delta xf^2 = \frac{1}{2} \times 200\,(0.1\,m) \times 0{,}1^2 = 1\,J$$

Sont égales puisqu'il n'y a pas de force non conservative comme le frottement.

16- (F1) Un bloc de 1 kg passe par le point A avec une vitesse de 5 m/s et on a besoin qu'il passe par le point B à une vitesse de 20 m/s.

a- Quel est le travail de la force externe qui devrait être exercée entre A et B ?

b- Quelle est la distance entre A et B ?

Solution :

a- Par le théorème de l'énergie cinétique on a :

$$W = \Delta E_c = E_B - E_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$
$$W = 200 - 12{,}5 = 187{,}5\,J$$

Le travail est positif car la force extérieure est dans le sens du déplacement.

b- La distance se calcule comme : $W = F \times d = Poids \times d = mg\cos(0)\,d \quad \rightarrow d = \frac{W}{mg} = 19{,}13\,m$

17- (F2) Un cheval remorque une charrette de 1 tonne pendant 50 m sur un chemin horizontal. Il réussit à atteindre une vitesse de 6 m/s (au départ il est au repos). La force effectuée par le cheval est de 1500 N et forme un angle de 15° avec le sol.

a- Quelle est la variation de l'énergie cinétique de la charrette ?
b- Quel est le travail réalisé par la force qu'exerce le cheval sur la charrette ?
c- Quel est le travail de la force de frottement entre la charrette et le sol ?

Solution :

a- La variation de l'énergie cinétique est :

$$\Delta E_c = E_f - E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}\ 1000\ \times\ 6^2 = 18\,000\,J$$

b- Le travail de la force :

$$W = F\ d\cos(15) = 1500\ \times\ 50\ \times\ 0{,}96 = 72\,444\,J$$

c- Le travail de la force de frottement. On se rappelle du théorème de l'énergie cinétique où :

$$\boxed{\sum W = \Delta E_c}$$

Voyons quelles sont les forces qui font du travail : la normale et le poids n'effectuent pas de travail puisqu'elles sont perpendiculaires au sol. Par contre, la force de frottement et la force pour remorquer la charrette ont un travail non nul. Appliquons alors le théorème de l'énergie cinétique :

$$\sum W = W_{frott} + W_{Force} = \Delta E_c$$

$$W_{frott} = \Delta E_c - W_{Force}$$

D'où on a :

$$W_{frott} = 18\,000\ - 72\,444\ = -54\,444\,J$$

Le signe négatif du travail de la force de frottement indique que l'énergie est perdue ou dissipée en forme de chaleur (frottement avec le sol).

18- (F2) Un projectile de 0,03 N de poids traverse un mur de 20 cm de largeur en arrivant vers celui-ci à une vitesse de 600 m/s. Le projectile ressort de l'autre côté du mur à une vitesse de 400 m/s. Quelle est la résistance du mur ?

Solution : Comme le mur offre une résistance, il y aura des pertes d'énergie cinétique qui se traduisent par un ralentissement de la balle ou bien un travail négatif de la part de la force qu'oppose le mur :

$$E_{cf}\ -\ E_{ci}\ = \Delta E_c = \Delta_{EM} = W_{NC} = Fr\ d\cos 180 = -F_r \times\ d$$

$$½\ m\ vf^{\ 2}\ -\ ½\ m\ vi^{\ 2}\ =\ F_r \times\ d$$

$$-F_r\ =\ \frac{½\ m\ (vf^{\ 2}\ -\ vi^{\ 2})}{d}$$

A partir du poids du projectile on obtient sa masse :

$$P\ =\ m\ g$$

$$m\ = \frac{P}{g} =\ 0{,}03\ \times \frac{1}{10} = 0{,}003\ kg$$

$$-Fr\ =\ \frac{½\ 0{,}003\ \times\ (400^{\ 2}\ -\ 600^{\ 2})}{0{,}20}$$

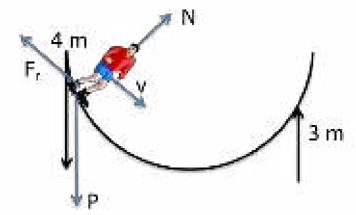
$$F_r\ = 1500\ N$$

19- (F2) Un garçon de 40 kg se laisse tomber depuis une hauteur de 4 m sur une piste semi-circulaire. Il part du repos et arrive sur le côté opposé de la piste jusqu'à une hauteur de 3 m.

- **a-** Quelles sont les forces agissant sur la personne ?
- **b-** Quelles sont les forces qui font du travail ?
- **c-** Combien vaut le travail effectué par la force de frottement ?
- **d-** Pourrait-il arriver à une hauteur de 4 m ? Comment ?

Solution :

a- Faisons un diagramme sur le garçon : on a le poids, la normale et la force de frottement.



b- Les forces faisant travail :

- La normale est toujours ⊥ au déplacement (à la vitesse) donc comme $cos(90) = 0 \ \rightarrow W = 0$
- Le poids possède deux composantes en x et y. la composante en y est ⊥ au déplacement donc $cos(270) = 0 \ \rightarrow W = 0$. La composante en x est parallèle au déplacement donc elle fera du travail.
- La force de frottement est aussi parallèle au déplacement donc elle fera du travail mais le travail sera négatif puisque celui-ci forme un angle de 180° avec la direction du déplacement. La force s'oppose donc au déplacement.

c- On n'a pas de données pour calculer le travail comme :

$$W = F_r \ d \cos(180°)$$

Mais, à partir du **théorème de la conservation de l'énergie mécanique** on sait que :

$$\Delta E_M = E_f - E_i = W_{non\ conservatif}$$

Calculons la variation d'énergie mécanique : le garçon part du repos depuis 4 m et arrive à une hauteur de 3 m. Sa vitesse est nulle en ce point. On a une variation d'énergie potentielle :

$$\Delta E_M = E_{pf} - E_{pi} = 40 \times 3 \times 9{,}8 - 40 \times 4 \times 9{,}8 = -400\ J$$

On voit bien le signe négatif car il s'agit d'une force non conservative qui se dissipe sous forme de chaleur.

d- Pour que le garçon atteigne les 4 m, soit la force de frottement ne doit pas exister, soit une force externe compense la différence d'énergie mécanique manquante, c'est à dire une force qui donne au garçon 400 J supplémentaires.

20- (F3) Un skieur de 80 kg se laisse glisser sur une colline de 30 m de hauteur avec une vitesse initiale de 6 m/s.

- a- Quelle est l'énergie mécanique initiale du skieur ? Est-ce que sa valeur change au cours de son parcours ? Justifier avec les forces agissant sur la personne.
- b- Avec quelle vitesse arrive-t-il en bas de la colline ?

c- Que devrait-il faire s'il veut atteindre une vitesse de 30 m/s en bas de la colline. Justifier avec une analyse énergétique et donner des valeurs numériques.

d- Et s'il y a du frottement ? Quelle serait-elle la chaleur dissipée ? Justifier par une analyse.

Solution :

a- L'énergie mécanique initiale sera l'addition de :

$$E_M = E_P + E_c = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$
$$E_M = 80 \times 9{,}8 \times 30 + \frac{1}{2} \times 80 \times 6$$
$$E_M = 24960\,J$$

Cette valeur **ne change pas** car il n'y a que des forces conservatives agissant sur la personne. La force normale est toujours perpendiculaire à la trajectoire, donc elle ne fait pas de travail.

b- L'énergie mécanique finale n'est composée que d'énergie cinétique car on est sur le sol $(E_P = 0)$

$$E_M = E_{c\,final} = \frac{1}{2}\,m\,v_f^2$$
$$v_f^2 = 2\frac{E_M}{m} = 2 \times \frac{24960}{80}$$
$$v_f = 25\,m/s$$

c- Si on veut que la personne atteigne une vitesse supérieure, il faut qu'elle gagne plus d'énergie cinétique. C'est à dire qu'une force extérieure devrait agir sur lui pour que son énergie mécanique augmente. Par exemple il prendre de l'élan avec ses bâtons. Alors, l'énergie cinétique (mécanique) en bas de la piste avec une vitesse de 30 m/s est de :

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 30^{\,2} = 36000\,J$$

Donc le travail de la force externe (de l'élan avec ses bâtons) est de :

$$E_{M2} - E_{M1} = 36000\,J - 24960\,J = 11040\,J$$

Donc le travail de cette force est de $W_{NC} = 11040\,J$

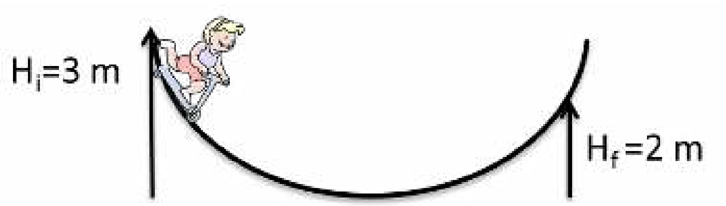
d- Dans le cas d'une force de frottement on sait que :

$$\Delta E_M = E_f - E_i = W_{NC} = F_R \times d\cos(180°) = -F_R \times d$$

Ainsi la chaleur dégagée par frottement contre la neige sera de :

$$Q = E_{dissipée} = -F_R \times d$$

21- (F3) Une fillette de 25 kg se laisse tomber en trottinette depuis une hauteur de 3 m sur une piste semi-circulaire. Elle part du repos et arrive sur le côté opposé de la piste jusqu'à une hauteur de 2 m. La piste présente du frottement.



e- Quelles sont les forces agissant sur la fillette ? Quelles forces font du travail ?

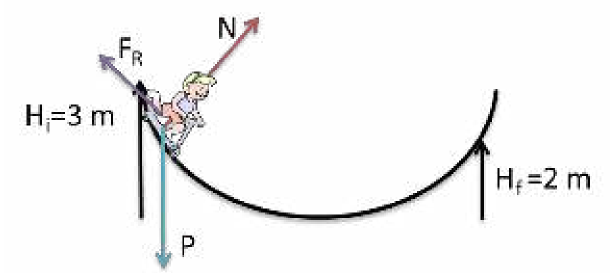
f- Combien vaut le travail effectué par la force de frottement ? (vous pouvez le calculer même sans connaitre la valeur de μ)

g- Quelle est l'énergie supplémentaire à fournir pour que la fillette arrive à la même hauteur que sa hauteur de départ c'est à dire pour qu'elle puisse effectuer 1 m supplémentaire?

h- Supposons maintenant que le frottement est négligeable. Que vaut la vitesse de la fillette au le point le plus bas de la piste ?

Solution :

e- Faisons un diagramme sur la fillette : on a le poids, la normale et la force de frottement.



Les forces faisant travail :

- La normale est toujours $\perp$ au déplacement (à la vitesse) don comme $cos(90) = 0 \rightarrow W = 0$
- Le poids possède deux composantes en x et y. La composante en y est $\perp$ au déplacement puisqu'elle compense la normale donc $cos(270) = 0 \rightarrow W = 0$. La composante en x est parallèle au déplacement, donc elle fera du travail.
- La force de frottement est aussi parallèle au déplacement donc elle fera du travail. Mais le travail sera négatif, puisque celui-ci forme un angle de 180° avec la direction du déplacement. La force s'oppose au déplacement.

f- On n'a pas de données pour calculer le travail comme :

$$W = F_r\, d \cos(180°)$$

Mais, à partir du **théorème de la conservation de l'énergie mécanique** on sait que :

$$\boxed{\Delta E_M = E_f - E_i = W_{non\ conservatif}}$$

Calculons la variation d'énergie mécanique : la fillette part du repos depuis 3 m et arrive à une hauteur de 2 m car sa vitesse est nulle en ce point. Alors on a une variation d'énergie potentielle :

$$\Delta E_M = E_{pf} - E_{pi} = 25 \times 2 \times 9{,}8 - 25 \times 3 \times 9{,}8 = -245\, J$$

$$\boxed{W_{F_R} = -245\, J}$$

On voit bien le signe négatif, car il s'agit d'une force non conservative, qui se dissipe sous forme de chaleur.

g- Pour que la fillette atteigne les 3 m, soit la force de frottement ne doit pas exister, soit une force externe va compenser la différence d'énergie mécanique manquante.

C'est à dire une force qui donne à la fillette

$\Delta E_M = E_f - E_i = 0$ on veut $E_f = E_i + E_{sup} \rightarrow \boxed{E_{sup} = +245\, J}$

h- La vitesse au point le plus bas de la piste vaut :

$$\Delta E_M = E_{cf} - E_{ci} + E_{Pf} - E_{Pi} = 0$$

$$\Delta E_M = \frac{1}{2}mv^2 - 735 = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 735}{25}} = \boxed{7{,}66\frac{m}{s}}$$

11. Workshop Mouvement Circulaire

22- (F1) Une voiture de course effectue un tour d'un circuit circulaire à la vitesse de 60 m/s. Si la force que fournit l'accélération centripète est égale au poids de la voiture, que vaut le rayon du circuit ?

Solution :

$$F_c = P_{voiture} = ma_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$mg = m\frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{v^2}{g} = \frac{60^2}{9.8} = 367\ m$$

23- (F1) La vitesse des centrifugeuses est en partie limitée par la résistance des matériaux utilisés pour leur construction. On centrifuge un échantillon de 10 g à 60 000 tours par minute. Le rayon de rotation vaut 0.05 m

a- Quelle force la centrifugeuse exerce-t-elle sur l'échantillon ?

b- Quelle est la masse de l'échantillon au repos si son poids est égal à cette force ?

Solution :

12. Calculons la force exercée :

$$F = m\,a_c = m\,\omega^2 R$$

Où la vitesse angulaire s'écrit comme :

$$\omega = \frac{n°\ tours}{\Delta t}2\pi = \frac{6\ 10^4}{60}2\pi = 6.28\ 10^3\ \frac{1}{s}$$

$$F = m\,\omega^2 R = 10^{-2} \times\ (6.28\ 10^3)^2 \times 5\ 10^{-2} = 1{,}97\ 10^4\ N$$

13. On pose que le poids est égal à la force :

$$P = F \ \rightarrow \ mg = 1.97\ 10^4\ N$$

$$m_{repos} = 2000\ kg$$

24- (F1) Un enfant se trouve à 3 m du centre d'un manège qui effectue un tour complet en 20 s, que vaut l'accélération de l'enfant ?

Solution : Calculons d'abord la vitesse angulaire :

$$\omega = \frac{n°\ tours}{\Delta t}2\pi = \frac{1\ tour}{20\ s}2\pi = 0.314\frac{1}{s}$$

$$a_c = \ \omega^2 R = 0{,}314^2 \times\ 0.3 = 0.03\frac{m}{s^2}$$

25- (F2) Une voiture de course parcourt un circuit circulaire dont le rayon vaut 4000 pieds. Si la force de frottement est nulle et si la vitesse est de 200 pieds/s, quel est l'angle d'inclinaison de la route ?

Solution : Si la route est inclinée la composante verticale de la normale est $N_y = N\cos(\alpha)$. Dans cette direction la somme des forces vaut zéro :

$$N_y - P = 0 \quad \rightarrow \quad N\cos(\alpha) = P = mg \quad (1)$$

Dans la direction du mouvement la normale est décomposée comme $N_x = N\sin(\alpha)$. Et dans cette direction on écrit :

$$N_x = ma_c \quad \rightarrow \quad N\sin(\alpha) = m\frac{v^2}{R} \quad (2)$$

On divise les équations (1) et (2) :

$$\frac{N\sin(\alpha)}{N\cos(\alpha)} = \frac{m\frac{v^2}{R}}{mg} = \frac{v^2}{gR} = \tan(\alpha)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{v^2}{gR} \quad \rightarrow \quad \alpha = \arctan\left(\frac{v^2}{gR}\right) = 45°$$

26- (F2) Un circuit circulaire a un rayon de 336 m et la route a une inclinaison de 35°. Pour quelle vitesse la force de frottement est-elle nulle ?

Solution : Décomposons la force normale à la route selon x et y :

$$N_y - P = 0 \quad \rightarrow \quad N_y = N\cos(\alpha) = P = mg \quad (1)$$

$$N_x = ma_c \quad \rightarrow \quad N\sin(\alpha) - F_r = m\frac{v^2}{R} \quad (2)$$

Donc, si on établit que $F_r = 0$ alors,

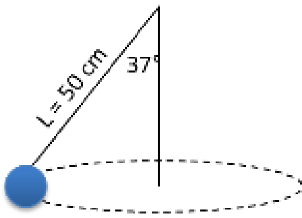
$$N\sin(\alpha) = \frac{\mathrm{mg}\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = m\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{Rg\tan(\alpha)} = 48\frac{m}{s} = 172\frac{km}{h}$$

27- (F3) Un corps effectue un mouvement circulaire tel que le montre la figure à droite, Si la longueur du câble est de 50 cm et que l'angle formé par rapport l'axe vertical est de 37°, trouver :

a- La vitesse tangentielle.

b- La fréquence de rotation



Solution :

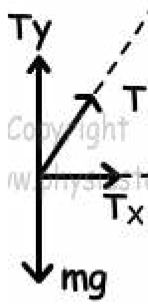
a- On décompose la tension sur la corde et on pose l'équation de Newton selon chaque axe :

$$T_X = ma_c = m\frac{v^2}{r} \qquad T_Y = m\,g$$

$$r = L\,sin37 = 0{,}5 \times 0{,}6 = 0{,}3m$$

$$T_X = T\sin(37) \quad T_Y = T\cos(37)$$

$$\tan 37 = \frac{T_X}{T_Y}$$



$$\frac{3}{4} = \frac{m\frac{v^2}{r}}{m\ g}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{v^2}{r\ g} \rightarrow \ v = \sqrt{\frac{3}{4}rg} = \sqrt{\frac{3}{4}0.3\ \times\ 9.8} = 1.5\frac{m}{s}$$

b- De la relation $v = Rw$ on a :

$$\frac{v}{R} = w = \frac{1.48}{0.3} = 5s^{-1}$$

Ainsi comme $w = 2\pi\ f$

$$f\ = \frac{w}{2\pi} = \frac{5}{2\pi} = 0.79\ s^{-1}$$

14. Workshop Mouvement Circulaire II

28- (F1) Une grande roue de manège dont le rayon vaut 16 m est en mouvement circulaire uniforme dans un plan vertical. Elle effectue un tour en 20 s.

- **a-** Que vaut l'accélération centripète ?
- **b-** Que vaut le poids effectif d'une personne de 45 kg lorsqu'elle est au point le plus élevée de la trajectoire ?
- **c-** Que vaudra le poids effectif au point le plus bas de la trajectoire ?

Solution :

a- L'accélération centripète se calcule :

$$a_c = \ \omega^2 R$$

Calculons en premier lieu la vitesse angulaire à partir des données :

$$\omega\ = \frac{n°\ tours}{\Delta t} 2\pi = \frac{1}{20} 2\pi = 0.314\frac{1}{s}$$

Ainsi on a :

$$a_c = \ 0{,}314^2 \times 16 \ = 1.57\frac{m}{s^2}$$

b- Le poids effectif est défini comme :

$$P_{eff} = m(g - a_c) = 45\ \times (9{,}8 + 1{,}57) = 511\ N \ \ \rightarrow (51\ kg)$$
$$les\ accélérations\ pointent\ dans\ le\ même\ sens$$

c-

$$P_{eff} = m(g - a_c) = 45\ \times (9{,}8 - 1{,}57) = 370\ N \ \ \rightarrow (37\ kg)$$
$$les\ accélérations\ pointent\ dans\ des\ sens\ opposés$$

29- (F2) Le ventilateur d'un moteur d'automobile effectue 700 tours par minute. On appuie sur l'accélérateur et en 6s la vitesse passe à 35000 tours par minute.

- **a-** Evaluer les vitesses angulaires initiale et finale
- **b-** Trouver l'accélération angulaire moyenne
- **c-** En supposant l'accélération angulaire constante, évaluer le déplacement angulaire au cours de la période d'accélération de 6 secondes.
- **d-** Trouver l'accélération tangentielle d'un point situé à 0.2 m de l'axe de rotation.

Solution :

a- La vitesse angulaire initiale est :

$$\omega_i = \frac{n^\circ\, tours}{\Delta t} 2\pi = \frac{700}{60} 2\pi = 73\ s^{-1}$$

La vitesse angulaire finale :

$$\omega_f = \frac{n^\circ\, tours}{\Delta t} 2\pi = \frac{35000}{60} 2\pi = 3665\ s^{-1}$$

b- L'accélération angulaire moyenne vient de :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{6} = \frac{3665 - 73}{6} = 598{,}7\ s^{-1}$$

c- L'équation cinétique angulaire est :

$$\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\ \alpha\ t^2 = 73 \times\ 6 + \frac{1}{2} \times\ 598{,}7\ \times 36 = 11214\ rad$$

On regarde ce résultat en nombre de tours :

$$\theta = 11214 \frac{rad}{2\pi} = 1783 \frac{tours}{s}$$

d- La relation entre accélération tangentielle et angulaire est donnée par :

$$a_t = \alpha R = 598{,}7 \times\ 0{,}2 = 120\ m.s^{-2}$$

30- (F2) Le plateau d'un tourne-disque atteint une vitesse angulaire de 45 tours/min par après avoir effectué 4 tours complets. Calculer l'accélération angulaire.

Solution : Ici on nous donne la fréquence : 45 tours/min. Alors, la vitesse angulaire atteinte se calcule comme :

$$\omega_f = 2\pi f = 2\pi \frac{45}{60} = 4.71\ s^{-1}$$

Ensuite voyons ce que représentent 4 tours

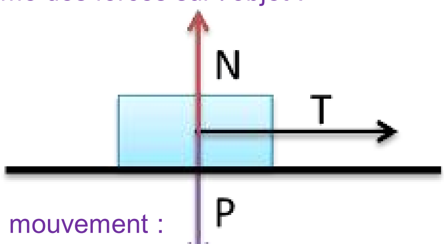
$$4\ tours = 2\pi\ \times 4 = 8\pi$$

Donc dans la relation suivante on calcule l'accélération :

$$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\ \Delta\theta\ \alpha\ \ \rightarrow\ \alpha = \frac{\omega_f^2}{2\ \Delta\theta} = \frac{\left(4.71 \frac{1}{s}\right)^2}{16\ \pi} = 0.44\ s^{-2}$$

31- (F2) Un bloc de 50 g est relié à une corde de 1,5 m et effectue 40 tours par minute. Déterminer la tension de la corde.

Solution : D'abord faisons le diagramme des forces sur l'objet :



Posons l'équation dans la direction du mouvement :

$$direction\ radiale \rightarrow T = m\ a_c$$

Calculons l'accélération centripète à partir de la vitesse angulaire :

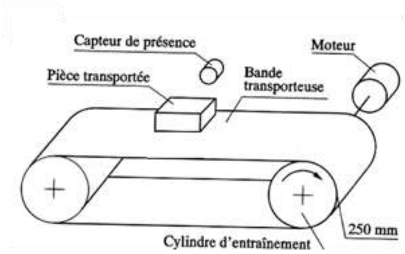
$$a_c = R\,\omega^2 = R\,(2\pi f)^2 = R\left(\frac{2\pi \times\ 40}{60}\right)^2 = 26{,}3\ m.s^{-2}$$

Donc, la tension sera :

$$T = m\,a_c = 0{,}05\ \times 26{,}3 = 1{,}31\ N$$

32- (F2) Un paquet est déplacé par une bande transporteuse mise en mouvement par un moteur couplé à un cylindre d'entraînement, à vitesse constante. Le temps de passage devant le capteur est de 2 s.

- **a-** Calculer la vitesse linéaire du tapis
- **b-** Déterminer la fréquence de rotation du moteur en tours par minute.



Solution :

a- La vitesse du tapis roulant est donnée par la vitesse angulaire dans ce point-là.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\ s} = \pi\ s^{-1}$$

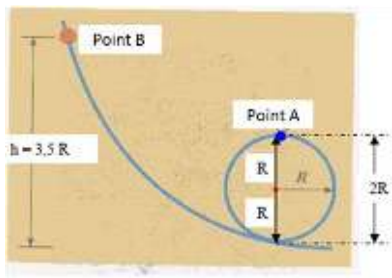
$$v =\ \omega\ R = \pi\ \frac{0{,}25}{2} = 0{,}40\ m.s^{-1}$$

b- Pour déterminer la fréquence en tours pour minute on fait :

$$\omega = 2\pi f \quad \rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi}\ \times 60\ = 30\ tours/min$$

33- (F3) Une bille se déplace sans friction autour d'une boucle, voir figure à droite. La bille est lâchée d'une hauteur h=3.5 R, où R est le rayon de la boucle.

- **a-** Donner une expression de la vitesse au point A, en fonction de R et g
- **b-** Calculer l'accélération de la bille dans la boucle
- **c-** Quelle est le module la force normale à la bille au point A si sa masse est de 5g ?



Solution :

a- La vitesse au point A : calculons les énergies potentielles et cinétiques aux points A et B :

$E_{CA} = \frac{1}{2} m V_A^2$

$E_{CB} = 0$

$E_{PA} = m\ g\ h$
$E_{PB} = m\ g\ (2\ R)$

$E_{PB} = m\ g\ h$
$E_{PB} = m\ g\ (3{,}5\ R)$

Par conservation de l'énergie mécanique on a :

$$E_{CB} + E_{PB} = E_{CA} + E_{PA}$$

$$0 + m\,g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2} m\,V_A^2 + m\,g\,(2\,R)$$

D'où on peut isoler la vitesse au point A : $m\,g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2} m\,V_A^2 + m\,g\,(2\,R)$

$$g\,(3{,}5\,R) = \frac{1}{2} V_A^2 + g\,(2\,R)$$

$$3{,}5\,g\,R - 2\,g\,R = \frac{1}{2} V_A^2$$

$$1{,}5\,g\,R = \frac{1}{2} V_A^2$$

$$2*(1{,}5\,g\,R) = V_A^2$$

$$3\,g\,R = V_A^2$$

$$V_A = \sqrt{3\,g\,R}$$

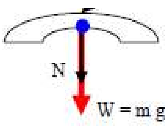
b- L'accélération de la bille dans la boucle sera une accélération centripète puisqu'elle fait un mouvement circulaire : on la calculera au point A :

$$a_c = \frac{v_A^2}{R} = \frac{\left(\sqrt{3gR}\right)^2}{R} = \frac{3gR}{R} = 3g$$

c- La normale au point A :

$$\sum F = m * \frac{V_A^2}{R}$$

$$N + m\,g = m * \frac{V_A^2}{R}$$



$$N = m * \frac{V_A^2}{R} - m\,g$$

$$N = 0{,}005 * \frac{V_A^2}{R} - 0{,}005 * 9{,}8$$

$$3\,g\,R = V_A^2$$

$$N = 0{,}005 * \frac{3\,g\,R}{R} - 0{,}005 * 9{,}8$$

$$N = 0{,}005 * 3\,g - 0{,}005 * 9{,}8$$

$$N = 0{,}005 * 3 * 9{,}8 - 0{,}005 * 9{,}8$$

N = 0,147 – 0,,49

N = 0,098 Newton

15. Kickoff Projet 2 Sauvetage à risque

Enoncé du projet

Une équipe d’alpinistes se retrouve piégée en haute-montagne. Leur état nécessite une opération de sauvetage immédiate. Vous êtes chargé de monter l’opération et d’en contrôler l’avancement. Vous devrez procéder au largage d’un colis de ravitaillement et d’un hélitreuillage.
Une expédition d’alpinistes en route pour le sommet du mont Kang Guru de 6981 m, au Népal, s'est retrouvée isolée par les neiges d’une terrible avalanche. Les explorateurs, dont plusieurs grièvement blessés, vont être ravitaillés par un avion de secours de la garde népalaise à la faveur d'une éclaircie, après quatre jours d'une tempête. Vous êtes aux commandes de l’opération de ravitaillement et sauvetage qui durera deux jours.

Jour 1 :
Vous êtes à bord de l’avion de ravitaillement qui doit larguer une caisse contenant des vivres au groupe d’alpinistes isolés au sommet de la montagne.
L’avion se déplace horizontalement à une altitude de **200 m par rapport au sommet de la montagne**. L’avion effectuera le survol de la montagne à la vitesse qui permettra de mieux viser le campement des alpinistes. Cette vitesse horizontale est égale à **250 km/h.** Au moment du largage, la caisse suivra une trajectoire parabolique et le choc sera amorti par un parachute (l’ouverture du parachute ne modifie pas la trajectoire de la caisse). Le pilote a besoin de savoir à quelle distance horizontale en avant des alpinistes faut-il larguer les provisions de ravitaillement pour pouvoir atteindre la cible. On définit ainsi dans un premier temps un point de lâcher. En tenant compte des calculs topographiques, le copilote suggère de larguer le colis à une distance horizontale de 400 m en avant du point de lâcher. Par ailleurs, par sécurité l’avion ne peut pas augmenter sa vitesse horizontale. En tenant compte de la nouvelle position du point de lâché, vous devez connaitre la vitesse de la caisse à l’impact afin de s’assurer que la caisse ne s’écrasera pas. A noter que la vitesse de la caisse au moment de l’impact ne devra pas être supérieure aux données de la fiche technique.

Jour 2 :

Vous êtes en mission sur l'hélicoptère, préféré à l'avion pour le sauvetage des survivants. Il se trouve que suite à l'avalanche la zone ne permet pas l'atterrissage. L'alpiniste blessé doit être hélitreuillé, et les autres personnes seront montées à l'aide d'un câble. Un parachutiste se prépare à sauter de l'hélicoptère en portant son équipement. Il doit se laisser tomber verticalement d'une hauteur de 250 m et ouvrir son parachute au bout d'environ **6 secondes de chute libre**. Le parachutiste proteste car il estime la hauteur trop courte. Le pilote lui répond que la distance est tout à fait raisonnable pour un saut avec un parachute. Qui a raison ? Le pilote ou le parachutiste ? Quelle est la vitesse d'arrivée au sol ? Le secouriste saute en parachute, atterrit et se prépare à recevoir le harnais servant pour l'hélitreuillage. Tandis que l'hélicoptère descend à une altitude de 30m, un vent fort atteignant les 60 km/h se lève et souffle sur le harnais. Ce dernier se déporte alors et l'angle par rapport à la verticale présente un danger pour l'hélitreuillage. Y a-t-il une influence du mouvement sur la résistance du harnais ?

Les grands objectifs visés par le projet

Acquérir les notions de mécanique liées à la chute libre d'un corps et au mouvement rectiligne d'un corps avec frottement.

La problématique

Comment décrire la chute d'un corps ? Quelles hypothèses dois-je faire pour modéliser mon problème ? Comment puis-je les justifier ? Quels sont les paramètres qui influencent la trajectoire ? Comment résoudre un système d'équations paramétrées ? Qu'est-ce qu'une force de frottement ? Comment peut-on les modéliser ? Comment modifient-elles la trajectoire d'un corps ? Quelles sont les valeurs caractéristiques de ce mouvement ?

Jour 1 :

Q1 : quelle est la distance horizontale en avant des alpinistes à laquelle le colis doit être lancé de l'avion ?

Q2 : Quelle est la vitesse de l'atterrissage du colis ?

Là il faut garder la vitesse initiale= 250 km/h et déterminer la vitesse V=sqrt(Vx^2+Vy^2). Mais avant ça il faut déterminer l'angle. (Tout le calcul doit être fait avec x=400+443=843 m : nouveau point de lâcher)

<u>Jour 2 :</u>

Q1 : Est-ce que le parachutiste arrivera au sol en sécurité ?

Ici aussi deux étapes de calcul : 1) chute libre du parachutiste (données) 2) ouverture du parachute. Ici aussi ils vont utiliser la méthode d'Euler pour déterminer la vitesse d'arrivée au sol.

Q2 : Y a-t-il une influence du mouvement sur la résistance du harnais ?

Déterminer l'angle de déplacement et ensuite calculer la tension du câble.

Dans ce projet, il y a 2 réalisations à effectuer :

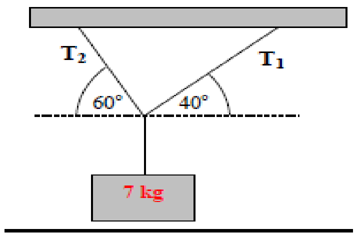
Réalisation -1 : mouvement parabolique

Réalisation -2 : chute d'un corps avec frottements

16. WORKSHOP CORRIGE Mécanique

Partie 1 : Application de principe fondamental de la statique et de la dynamique. (Savoir modéliser un système)

1- F2 : Un bloc de 7 kg est suspendu par deux cordes comme le montre la figure ci-dessous. Déterminer la tension dans chaque corde.

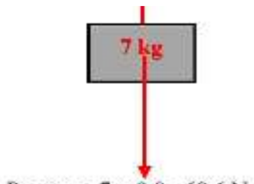


Solution

Commençons par appliquer la 2[e] loi de Newton au bloc de 7 kg. Puisque celui-ci est immobile

$a = 0 \Rightarrow \Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{T}_3 - \vec{P} = 0 \Rightarrow \vec{T}_3 = \vec{P}$

$\Rightarrow T_3 = P = mg = 7 \times 9{,}8 = 68{,}6$ N



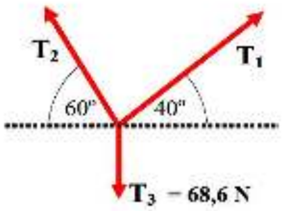
$P = mg = 7 \times 9{,}8 = 68{,}6$ N

On doit appliquer la 2[e] loi de Newton à un autre corps.

1° Étape : On choisit le point de rencontre des trois cordes. (nœud)

2° Étape : Trois forces extérieures sont appliquées à ce corps: $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ & $\vec{T}_3$ représentant l'action de chacune des cordes qui touchent à ce nœud. .

3° Étape :



4° Étape : $a = 0 \Rightarrow \Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0$

OX : $-T_2 \cos 60° + T_1 \cos 40° + 0 = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 \cos 60° / \cos 40°$ (A)

OY : $T_2 \sin 60° + T_1 \sin 40° - 68{,}6 = 0$ (B)

(A) dans (B) $\Rightarrow T_2 \sin 60° + (T_2 \cos 60° / \cos 40°) \sin 40° = 68{,}6$

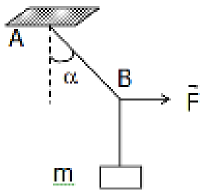
$\Rightarrow T_2 (\sin 60° + \cos 60° \times \sin 40° / \cos 40°) = 68{,}6$

$\Rightarrow T_2 = 68{,}6 / (\sin 60° + \cos 60° \times \sin 40° / \cos 40°) =$ 53,36 N

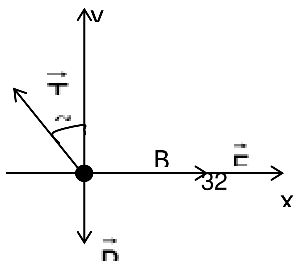
Dans (A) $\Rightarrow T_1 = 53{,}36 \cos 60° / \cos 40° =$ 34,83 N

2- A l'extrémité d'un fil suspendu en A, on accroche un corps de masse m=2 kg . A l'aide d'un second fil, noué au premier en B, on exerce une traction $\bar{F}$ horizontale. Quelle doit être l'intensité de cette force pour que l'angle α de AB avec la verticale de A soit égal

1) à 45° ? 2) à 60° ? 3) à 30° ?



Solution :



A l'équilibre $\vec{P}+\vec{F}+\vec{T}=\vec{0}$ et en projetant sur les axes horizontal et vertical :

$$\vec{P}\begin{cases}0\\-mg\end{cases}\qquad \vec{F}\begin{cases}F\\0\end{cases}\qquad \vec{T}\begin{cases}-Tsin(\alpha)\\Tcos(\alpha)\end{cases}$$

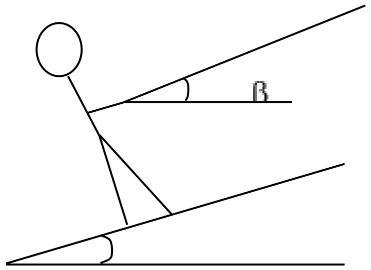
D'où $\begin{cases}F-Tsin(\alpha)=0\\Tcos(\alpha)-mg=0\end{cases}$ $\qquad\begin{cases}F=mg.tan(\alpha)\\T=\frac{mg}{cos(\alpha)}\end{cases}$

AN : $\alpha=45°$ $\quad T=27.74\ N$ $\quad F=19{,}62\ N$
$\alpha=60°$ $\quad T=39{,}24\ N$ $\quad F=33.98\ N$
$\alpha=30°$ $\quad T=22.65\ N$ $\quad F=11.33N$

3- Un skieur de masse M est retenu par un câble. Le système est à l'arrêt, la masse du skieur est de 50 kg, l'angle de la pente avec l'horizontale est α, l'angle que fait le câble avec l'horizontale est β.

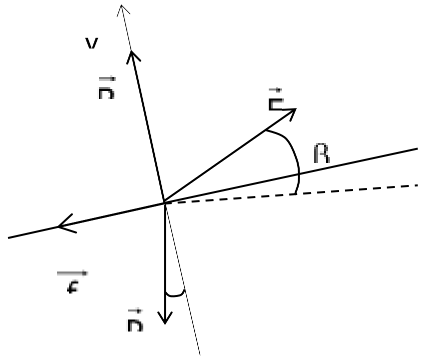
Calculer la valeur littérale de la force de tension du câble et de la réaction du sol. Pour l'application numérique on prendra : $g=10\ N/kg$ $\qquad \alpha=30°$ $\qquad \beta=45°$

Donner toutes les caractéristiques des forces.



La force de frottement vaut à 100 N.

Solution :



$\bar{R}$: Réaction du sol

$\bar{F}$: Tension du câble

$\bar{f}$: Force de frottement

$\bar{P}$: Poids du skieur

A l'équilibre (système arrêté) $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{0}$ et en projetant sur les axes x et y

$\vec{P}\begin{cases} -Mg\sin(\alpha) \\ -Mg\cos(\alpha) \end{cases}$ $\quad \vec{F}\begin{cases} F\cos(\beta-\alpha) \\ f\sin(\beta-\alpha) \end{cases}$ $\quad \vec{R}\begin{cases} 0 \\ R \end{cases}$ $\quad \vec{f}\begin{cases} -f \\ 0 \end{cases}$

D'où

$\begin{cases} -f + F\cos(\beta-\alpha) - Mg\sin(\alpha) = 0 \\ R + F\sin(\beta-\alpha) - Mg\cos(\alpha) = 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} F = (Mg.\sin(\alpha) + f)/\cos(\beta-\alpha) \\ R = Mg(\cos(\alpha) - \tan(\beta-\alpha)\sin(\alpha)) - f\tan(\beta-\alpha) \end{cases}$

Application numérique

F=353 N et R=339 N

4- F2 : Pour déplacer un tronc de 100 kg sur le sol à vitesse constante on applique une force horizontale de 300 N.

a- Quelle est la force de résistance exercée par le sol ?

b- Quelle serait la force qu'on devrait exercer pour que le tronc ait une accélération de 2 m/s^2 ?

Solution :

a- La somme des forces dans la direction du déplacement est :

$$F - F_r = 0 \quad \rightarrow F_r = F = 300\ N$$

b- Dans ce cas-ci, la somme des forces dans la direction du déplacement est :

$$F - F_r = ma \quad \rightarrow F = F_r + ma = 300\ N + 100\ kg\ 2\frac{m}{s^2} = 500\ N$$

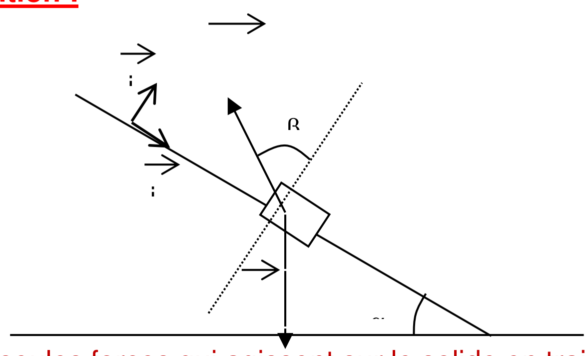
5- Un solide de masse 20 kg glisse le long d'un plan incliné d'un angle de α=30° par rapport à l'horizontale.

La somme $\vec{R}$ supposée constante des forces de contact réparties en surface exercées par le sol sur le solide fait un angle β avec la normale au plan incliné.

1. Faire un schéma. Donner l'expression littérale du vecteur accélération du mobile en fonction de α, β, m, R et g.
2. Libéré sans vitesse initiale le solide parcourt 5 m en 1,7 s. Calculer l'accélération

   On prendra g = 9.8m.s^{-2}.

Solution :



Les seules forces qui agissent sur le solide en train de descendre sont le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$.

Appliquons le théorème fondamental de la dynamique $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$ $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

On projette l'équation vectorielle dans la base $(\vec{i};\vec{j})$.

On obtient :

$P_x + R_x = ma_x$ soit $mgsin(\alpha) - Rsin(\beta) = ma_x$ (1)

$P_y + R_y = 0$ pas d'accélération en y puisque le mouvement est rectiligne

$-mgcos(\alpha) + Rcos(\beta) = 0$ (2)

$$a_x = \frac{mgsin(\alpha) - Rsin(\beta)}{m}$$

6- Un mobile M de masse 0,5 kg se déplace en translation rectiligne sur un plan incliné à 16° par rapport à l'horizontale sous l'action de la tension de valeur T du fil.
On a représenté la courbe Vx = f(t)
A la date, $t_0 = 0$ le mobile est en O, origine de l'axe, la vitesse est nulle. La traction du fil dure de t_0 à $t_1 = 2$ s.

L'étude de la vitesse pendant ces 2s correspond au segment [OA] de Vx= f(t))

Le fil casse et on continue à enregistrer l'abscisse de la vitesse on obtient la portion AC qui coupe l'axe des temps au point B tel que $t_2 = 2{,}63$s.

a- Sans calcul, préciser la nature du mouvement, le sens du vecteur vitesse et celui du vecteur accélération de O à A, de A à B, de B à C.
b- Calculer entre t_0 et t_1 la valeur de T et celle du vecteur accélération.

Solution :

a. De t_0 à t_1 V_x est positive elle augmente donc le mouvement est accéléré, sa pente est constante donc uniformément accéléré (a =cste).
De t_1 à t_2 (A ; B) V_x positive et diminue, sa pente est constante mais négative, le mouvement est uniformément décéléré ($a_x < 0$ $V_x > 0$).
En B le mobile s'arrête, sa vitesse s'annule.

Au-delà de t_2 l'abscisse de la vitesse devient négative a_x aussi (pente < 0) a_x et V_x sont de même signe, le mouvement est uniformément accéléré dans le sens descendant.

b. D'après le graphique le mobile atteint entre t_0 et t_1 une vitesse de 2m/s en 2 s, son mouvement est uniformément accéléré avec une vitesse nulle au départ les équations horaires sont :

a_x = cst

$V_x = a_x t$ $\quad$ t = 2 V_x = 2 donc a_x = 1 et x = 2 m

$x = 1/2\ a_x t^2$

Pendant cette phase la traction du fil est constante $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

sur l'axe des x : $\quad - mg \sin(16°) + T = m.a_x$ $\quad$ $T = m.a_x + mg \sin(16°)$

A.N. T=1.87 N

17. WORKSHOP CORRIGE Mécanique – frottement

Exercice 1 F1

On étudie la chute d'une bille de masse 100 g dans différentes conditions.

1. La bille est lâchée verticalement d'une hauteur h = 1m sans vitesse initiale et on néglige les frottements.

Calculer sa vitesse en arrivant au sol.

2. La bille est lancée sur une table horizontale avec une vitesse initiale V_0 puis tombe d'une hauteur de 1m toujours sans frottement.

On recommence l'expérience mais cette fois en lui donnant une vitesse toujours horizontale de $2V_0$ et toujours sans frottement.

Montrer que la durée de chute est la même dans les deux cas.

3. Maintenant on laisse tomber la bille verticalement, toujours sans vitesse initiale dans une éprouvette remplie de liquide faiblement visqueux. La hauteur de chute est toujours de 1m mais la bille atteint une vitesse constante après avoir parcouru une distance de 5 cm à cause du frottement visqueux assimilé à une force proportionnelle à la vitesse

Calculer la valeur de cette force quand la vitesse est constante.

Solution

1. Chute verticale sous l'action du poids seul sans vitesse initiale

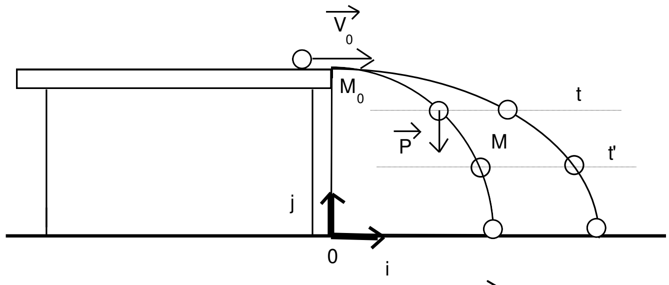
t = 0 $\quad$ $y_0 = 0$ $\quad$ $V_{0y} = 0$

Théorème fondamental de la dynamique $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\overrightarrow{a_G}$ $\quad$ $mg = m.a_y$ $\quad$ $a_y = g$ = cste

D'où la vitesse $V_y = gt$

y = ½ g.t²

y = h =1 m   t = 0.447s   V = $\sqrt{2gh}$=4.47 m/s



2. La seule force est le poids vertical $m\vec{g} = m\vec{a}$

$\vec{g} = \vec{a}$

En projetant sur les axes avec comme conditions initiales : $V_0(V_{0x}, 0)$ $OM_0(0, h)$

$$a_x = 0 \qquad v_x = v_{0x} \qquad x = v_{0x}t = 0$$

$$a_y = g \qquad v_y = gt + 0 \qquad y = \frac{1}{2}gt^2 + h$$

On constate que V_y et y ne dépendent pas de V donc même h pour les deux lancers donc même temps de chute.

3. Toujours PFD

Mais sur l'axe des y orienté vers le bas on a mg – f = ma_y quand la vitesse est constante, le mouvement devient rectiligne uniforme a_y = 0 et f atteint la même valeur que le poids.

f = mg = 0.100x10 = 1N.

Exercice 2 : LE GRAND SAUT : UNE CHUTE LIBRE ? (Bac 2003, Amérique du Sud)

1. Recherche de la trajectoire d'une chute libre avec vitesse initiale.

1.1.1. Un objet est en chute libre, dans un référentiel terrestre, s'il n'est soumis qu'à l'action de son poids.

1.1.2. <u>Système :</u> {sauteur}   **<u>Référentiel :</u>** le sol (référentiel terrestre supposé galiléen)

<u>Inventaire des forces :</u> le poids, les autres forces sont négligées la chute étant considérée comme libre.

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{P} = m.\vec{a}$

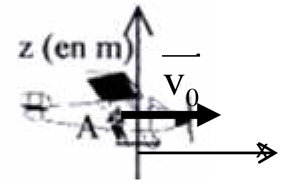
$$m.\vec{g} = m.\vec{a} \qquad \text{donc } \boxed{\vec{g} = \vec{a}}$$

Par projection suivant l'axe Ox horizontal: $\mathbf{a_x = 0}$

Par projection suivant l'axe Oz vertical vers le haut $\mathbf{a_z = -g}$

1.2. *Ne pas confondre le vecteur vitesse* $\vec{v}$ *,qui varie au cours du temps, et le vecteur vitesse initiale* $\vec{v}_0$ *qui est un vecteur constant dépendant des conditions initiales. Ici inutile de « primitiver » !*

Le vecteur $\vec{v}_0$ est horizontal.



$v_{0x} = v_0$

$v_{0z} = 0$

1.3.1.

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$ $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc par intégration : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte = v_{0x} = \mathbf{v_0} \\ v_z(t) = -g.t + Cte = -g.t + v_{0z} = \mathbf{-\ g.t} \end{cases}$

$\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc par intégration $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0.t + Cte = v_0.t + x_0 = \mathbf{v_0.t} \\ z(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + Cte = -\frac{1}{2}.g.t^2 + z_0 = \mathbf{-\frac{1}{2}.g.t^2 + h_0} \end{cases}$

G centre inertie du sauteur

1.3.2. on a $x(t) = v_0.t$ soit $t = \dfrac{x(t)}{v_0}$ qu'on remplace dans l'expression de z(t)

$\mathbf{z(x) = -\frac{1}{2}.g.\frac{x(t)^2}{v_0^{\,2}} + h_0}$ Cette équation correspond à un **arc de parabole**.

1.3.3. Pour quelle durée a-t-on $z(t) = h_1$?

$z(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + h_0 = h_1$

$t = \sqrt{\dfrac{2(h_0 - h_1)}{g}}$ $t = \sqrt{\dfrac{2 \times (3{,}0\times10^3 - 1{,}0\times10^3)}{9{,}80}}$ = **20 s**

2. Ouverture du parachute.

2.1. Analyse dimensionnelle:

F est une force exprimée en newtons, soit, avec les unités de base du système international, en kg.m.s^{-2}.

$[F] = M.L.T^{-2}$

ρ est la masse volumique de l'air, exprimée en kg.m^{-3} donc $[\rho] = M.L^{-3}$

v² est le carré de la vitesse en m².s^{-2} donc $[v^2] = [v].[v] = L^2.T^{-2}$

$$F = \frac{1}{2} . K . \rho . v^2$$

$M.L.T^{-2} = [K]. M.L^{-3}. L^2.T^{-2}$

$L = [K]. L^{-1}$

$[K] = L^2$

K s'exprime en m²

2.2. DIFFICILE

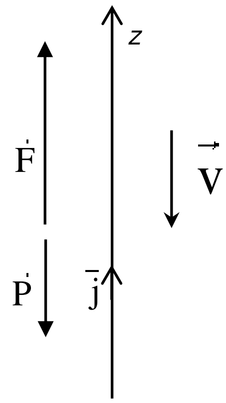
<u>Système:</u> {sauteur+parachute} **<u>Référentiel:</u>** le sol (référentiel terrestre supposé galiléen)

<u>Inventaire des forces :</u> -le poids $\vec{P}$ de direction verticale et sens vers le bas,

- la force de frottement due à l'air de direction verticale et sens vers le haut (sens opposé à la vitesse).

D'après la deuxième loi de Newton: $\vec{P} + \vec{F} = m.\bar{a}$ (1)

On conserve le repère utilisé précédemment, l'axe vertical est orienté positivement vers le haut.



$$P_z + F_z = m.a_z = m.\frac{dv_z}{dt}$$

$$-m.g + \frac{1}{2} . K . \rho . v^2 = m.\frac{dv_z}{dt}$$

on divise par m : $$-g + \frac{K.\rho.v^2}{2m} = \frac{dv_z}{dt}$$

$$\frac{dv_z}{dt} - \frac{K.\rho.v^2}{2m} = -g$$

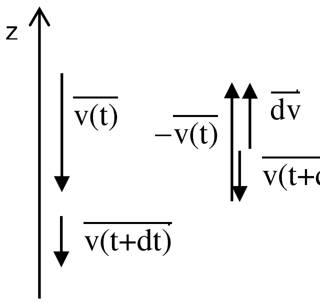
arrivé là, on pense qu'il y a un problème. Mais il ne faut pas confondre $\frac{dv_z}{dt}$ et $\frac{dv}{dt}$ comme souvent.

v est la valeur de la vitesse tandis que v_z est la coordonnée du vecteur vitesse

Que signifie $\frac{dv}{dt}$? C'est la variation de vitesse notée dv pendant la courte durée dt.

dv = v(t+dt) – v(t)

Ici le parachute ralentit fortement le sauteur lors de son ouverture, la vitesse diminue alors v(t+dt) < v(t), donc dv < 0 et $\frac{dv}{dt}$ <0.



exemple numérique : dv = 10 – 30 = – 20 $m.s^{-1}$

Concernant $\frac{dv_z}{dt}$: dv_z est la variation de la coordonnée v_z du vecteur vitesse

$dv_z = v_z(t+dt) - v_z(t)$

en regardant le schéma ci-contre, on voit que v_z devient moins négative

donc $dv_z > 0$

exemple numérique : dv_z = –10 – (–30) = + 20 $m.s^{-1}$

alors $\frac{dv_z}{dt} > 0$

FINALEMENT, $\frac{dv_z}{dt} = -\frac{dv}{dt}$

reprenons l'équation différentielle $\frac{dv_z}{dt} - \frac{K.\rho.v^2}{2m} = -g$

$$-\frac{dv}{dt} - \frac{K.\rho.v^2}{2m} = -g$$

on retrouve : $\frac{dv}{dt} + \frac{K.\rho.v^2}{2m} = g$

2.3. Lorsque la vitesse est stabilisée alors $\frac{dv}{dt}$ = 0.

$$\frac{K.\rho.v_2^2}{2m} = g$$

$v_2^2 = \dfrac{2.g.m}{K.\rho}$

soit $v_2 = \sqrt{\dfrac{2.g.m}{K.\rho}}$

$v_2 = \sqrt{\dfrac{2\times 9{,}80\times 90}{38\times 1{,}3}}$ = **6,0 m.s^{-1}**

2.4. $v_{2z} = \dfrac{dz}{dt}$, où $\dfrac{dz}{dt}$ représente le coefficient directeur de la droite représentative de z = f(t).

à l'aide des points appartenant à cette droite : M (t = 80 s ; z = 760 m) et N (t = 180 s ; z = 160 m)

on trouve $v_{2z} = \dfrac{760-160}{80-180}$

donc $v_{2z} = -6{,}0$ (coordonnée verticale du vecteur vitesse $\vec{v}_2$)

$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2z}^2} = \sqrt{(-6{,}0)^2}$

v_2 = 6,0 m.s^{-1} Ce résultat est cohérent avec la valeur de v_2 obtenue à la question précédente.

18. Correction possible du PROJET Sauvetage à risque

Jour 1 :

Vous êtes à bord de l'avion de ravitaillement qui doit larguer une caisse contenant des vivres au groupe d'alpinistes isolés au sommet de la montagne. L'avion se déplace horizontalement à une altitude de **200 m par rapport au sommet de la montagne**. L'avion effectuera le survol de la montagne à la vitesse qui permettra de mieux viser le campement des alpinistes. Cette vitesse horizontale est égale à **250 km/h.**

Le pilote a besoin de savoir à quelle distance horizontale en avant des alpinistes il faut larguer les provisions de ravitaillement pour pouvoir atteindre la cible. On définit ainsi un point de lâcher.

Q1 : Déterminer la distance horizontale à laquelle la caisse doit être larguée

<u>Données du problème :</u>

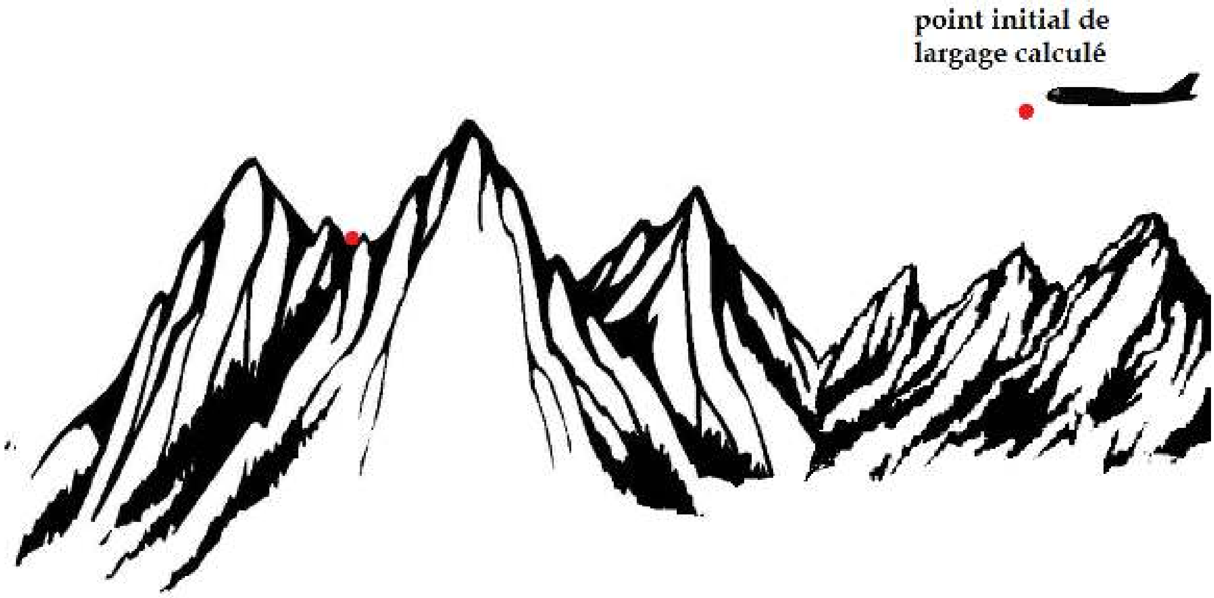
$y_0 = 200\ m$ (Distance verticale entre l'avion et le sommet de la montagne)

$V_{0x} = 250\frac{km}{s} = 70m/s$: vitesse le d'avion

$g = 9.81\ m/s$

On applique le PFD

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\vec{a}$ → $-mg = ma$



Selon x :

$a = 0$

$V = V_{0x}$

$x = V_{ox}t + x_0\ (x_0 = 0)$

Selon y :

$a = -g$

$V = -gt + V_{oy}(V_{oy} = 0)$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$

On exprime t en fonction de x et on remplace dans y

$t = \frac{x}{V_{ox}} \rightarrow y = -\frac{1}{2}\left(\frac{x}{V_{ox}}\right)^2 + y_0$

La caisse une fois atterri au sol on y =0

$$x = \sqrt{\frac{2}{g} y_0 V_{ox}^2} = 443\ m$$

En tenant compte de la position du point de lâché, vous devez connaitre la vitesse de la caisse à l'impact afin de s'assurer que la caisse ne s'écrasera pas. A noter que la vitesse de la caisse au moment de l'impact ne devra pas être supérieure aux données de la fiche technique.

Q2 : Déterminer la vitesse d'atterrissage de la caisse

(Y montant)

Données du problème :

$M_{parachue} = 20\ kg$

$d_{parachute} = 10\ m$

$M_{colis} = 230\ kg$

$C_x = 1.4$ (Demi-sphère) : SAM4

$\rho_{air} = 0.6\ kg/m^3$

Vitesse à l'impact (max) : 8.9 m/s

Le nouveau point de lâcher est = 400+443=843 m

Au moment de largage la vitesse $V_{larage} = V_{initaile}$ du colis est composée de $V_{x0} = 250km/h = 70\ m/s$ et de V_{y0}. D'où $V_{colis\ \text{à}\ l'arrivée} = \sqrt{V_x + V_y}$ V_x et V_y à déterminer.

$$\frac{V_{x0}}{V_{y0}} = \tan\alpha$$

On applique le PFD

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\vec{a}$ → $mg = -ma$

Selon x :

$a = 0$

$V_x = V_{0x}$ (Connue)

$x = V_{ox}t + x_0\ (x_0 = 0)$

Selon y :

$a = -g$

$V_y = -\,gt + V_{oy}t$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{oy}t + y_0\ (y_0 = 200m)$

$$x = V_{ox}t$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{oy}t + y_0$$

En éliminant t entre ces deux équations, on obtient l'équation de parabole :

$$y = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{V_{0x}})^2 + V_{oy}\frac{x}{V_{ox}} + y_0$$

Le colis atteint le sol pour $y = 0$ donc on a :

$$y = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{V_{0x}})^2 + x\tan\alpha + 200$$

On détermine $\tan\alpha$ avec $x = 843\ m$ et $y = 0$

$$\tan\alpha = \frac{\frac{1}{2}*9.81*\left(\frac{843}{70}\right)^2 - 200}{843} = 0.6 \quad \text{donc } \alpha = 31\ °$$

La vitesse finale du colis se calcul à partir de ces équations :

$$V_x = V_{0x} = 250\ km/h = 70\ m/s$$
$$V_y = -\,gt + V_{oy}t$$

$x = V_{ox}t$ → Pour x=843 m on a $t = \frac{x}{V_{0x}} = 12.04\ s$

$V_y = -\,gt + V_{oy}t = -gt + V_{ox}\tan\alpha = -9.81 * 12.04 + 70 * 0.6 = -76.11\ m/s$

$V = \sqrt{V_x + V_y} = \sqrt{(-76.11)^2 + 70^2} = 103m/s < 110m/s$

- ➔ Vitesse inférieure à V_{lim}

Jour 2 :

Vous êtes en mission sur l'hélicoptère, préféré à l'avion pour le sauvetage des survivants. Il se trouve que suite à l'avalanche la zone ne permet pas l'atterrissage.

L'alpiniste blessé doit être hélitreuillé, et les autres personnes seront montées à l'aide d'un câble.
Un parachutiste se prépare à sauter de l'hélicoptère en portant son équipement. Il doit se laisser tomber **verticalement d'une hauteur de 250 m** et ouvrir son parachute au bout d'environ **6 secondes de chute libre**. Le parachutiste proteste car il estime la hauteur trop courte. Le pilote lui répond que la distance est tout à fait raisonnable pour un saut avec un parachute. Qui a raison ? Le pilote ou le parachutiste ? Quelle est la vitesse d'arrivée au sol ?

Q1 : déterminer si le parachutiste arrivera en sécurité au sol

Données du problème :

(y dans le sens de la chute)

Masse totale (parachutiste + équipement) = 100 kg.

Parachute : $S = 26\, m^2, m = 20\, kg$

Vitesse max atterrissage supportée : $10\, m/s$

Ouverture parachute après 6s de chute libre

$C_x = 1.4$ (Demi-sphère) SAM4

$\rho_{air} = 0.6\, kg/m^3$

Cette question comporte deux parties : la chute libre de la parachutiste+ ouverture du parachute

a) Chute libre du parachutiste
b)

On applique le PFD

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\, \vec{a}$ → $mg = ma$

Selon x :

$a = 0$

$V = V_{0x}$

$x = V_{ox}t + x_0\ (x_0 = 0)$

Selon y :

$a = g$

$V = gt + V_{oy}(V_{oy} = 0)$

$y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0(y_0 = 0)$

On trace l'évolution de la vitesse en fonction du temps $V = f(t)$

Au bout de six secondes, la caisse parcourt 176.58 m (figure 2). Vitesse atteinte au bout de $176.85m\ V = g * t = 58.86\ m/s$

c) Ouverture du parachute

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\vec{a}$ → $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$ ($\vec{f}$: Frottement de l'air)

$mg - kV^2 = ma$ → $mg - kV^2 = m\frac{dV}{dt}$ avec $k = \frac{1}{2}\rho\, S\, C_x = \frac{1}{2} * 0.6 * 1.4 * 26 = 10.92$

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{k}} = \sqrt{100 * \frac{9.81}{10.92}} = 9.5\ m/s$$

Méthode d'Euler pour tracer la courbe de la vitesse en fonction du temps

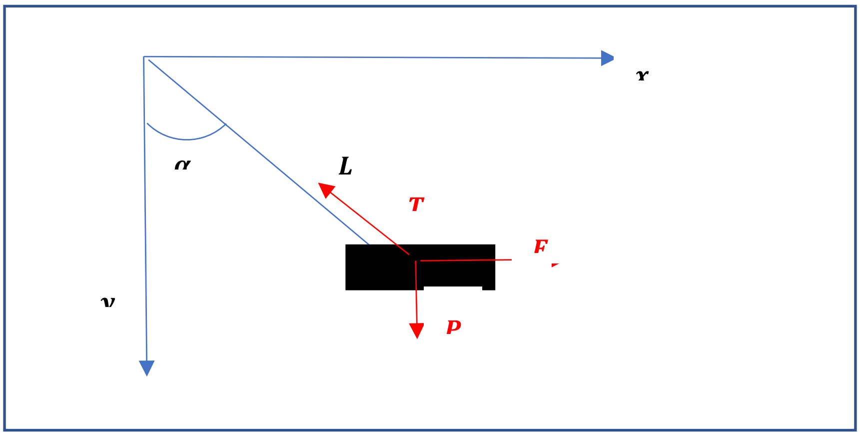
$$v_{i+1} = v_i + \left(-\frac{k}{m}v_i^2 + 9.81\right) * \Delta t\ (\Delta t = 0.1)$$

On constate que le parachutiste atteint sa vitesse limite en 1s. Le parachutiste aura atteint sa vitesse limite au bout de 209m de chute. Il arrivera donc avec une vitesse de 9.5 m/s au sol (inférieure à la vitesse limite de 10m/s supportable par un homme).

Le secouriste saute en parachute, atterrit et se prépare à recevoir le harnais servant pour l'hélitreuillage. Tandis que l'hélicoptère descend à une altitude de 30m, un vent fort atteignant les 60 km/h se lève et souffle sur le harnais. Ce dernier se déporte alors et l'angle par rapport à la verticale présente un danger pour l'hélitreuillage. <u>Y a-t-il une influence du mouvement sur la résistance du harnais ?</u>

Q2 : Calcul de la résistance du câble.

<u>Données du problème :</u>
y dans le sens de la chute
Masse (harnais + blessé) : 100 kg
Cx (surface plane) : 1.1 SAM4
ρ_{air}: 0.6 kg/m^3
L_{treuil} : 90 m
Résistance du treuil : 100 kN
$\phi_{cable} = 20\ mm$
$V_{vent} = 60\ km/h\ =\ 16.67\ m/s$



Pour déterminer T, il faut tout d'abord calculer $\boldsymbol{\alpha}$

$$\sum \overrightarrow{Fext} = 0$$
$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = 0$$
$$mg - Tcos\alpha = 0$$
$$F - Tsin\alpha = 0$$

Donc on a $cos\alpha = \frac{mg}{T}$ et $sin\alpha = \frac{F}{T}$ alors $tan\ \alpha = \frac{F}{mg}$

Dans le cas où on considère **la face** du brancard $S = 0.2 * 0.6\ m^2$

$$F = \frac{1}{2} C_x\ \rho\ S_{face}\ V_{vent}^2 = \frac{1}{2} * 1.1 * 0.6 * 0.2 * 0.6 * 16.67^2 = 11\ N$$

$$\alpha = 0.01\ rad$$

Dans le cas où on considère **le côté** du brancard $S = 0.2 * 2\ m^2$

$$F = \frac{1}{2} C_x\ \rho\ S_{face}\ V_{vent}^2 = \frac{1}{2} * 1.1 * 2 * 0.2 * 0.6 * 16.67^2 = 36.68\ N$$

$$\alpha = 0.037$$

Ainsi $T = mg.\sqrt{1 + \left(\frac{F}{mg}\right)^2}$ = 981N<< 100kN

Donc le câble résiste au poids du brancard et du blessé.

19. Kickoff du projet 3 : Nous avons les moyens de vous faire parler

Description détaillée du projet

Vous avez eu une discussion passionnée au cours d'un repas entre amis. Vous discutiez du film de série policière que vous avez regardé la veille.
La scène : une personne suspectée de meurtre subissait un interrogatoire depuis plusieurs heures. Un des policiers héros de la série s'est absenté puis est réapparu avec un appareil sensé faire avouer le suspect. L'appareil avait la taille d'une grosse boîte d'allumettes. Il comportait un indicateur à aiguille et un capteur constitué par deux électrodes reliées au boitier par des fils. Le capteur avait été appliqué sur le bras du suspect et l'interrogatoire avait repris. Quelques minutes plus tard notre spécialiste était formel : notre homme avait menti !
Votre ami qui est fan de la série soutient que ce système est très efficace. Vous êtes dubitatif! Mais quelle est la part de vérité ?
Vous travaillez dans une société qui utilise des composants électroniques et vous êtes en mesure de fabriquer ce genre d'appareil. Vous poussez la curiosité jusqu'au bout…
<u>Vous retrouvez dans votre atelier un bric à brac de composants électroniques:</u>

Résistances, résistance variables (potentiomètre), condensateurs, galvanomètres, transistors bipolaires, piles de 4,5V, plaques d'essais (Pour montage des composants).
Fer à souder. Rouleau d'étain avec âme décapante.
Vous disposez également d'un logiciel de simulation de montages électroniques.

La situation amène à mesurer la résistance de la peau humaine. Il s'agit pour les étudiants de réaliser un circuit électronique du type Ohmmètre.

Le circuit relativement simple sera conçu par les élèves après recherches bibliographies, en utilisant des composants courants (transistor, résistances, condensateurs, LEDs) faisant partie d'un lot mis à disposition. Pour l'alimentation du circuit, on utilisera prioritairement des piles plates de 4,5V faisant partie du lot.
Les schémas intégrant des composants plus complexes (ampli op, circuits intégrés…) ne seront pas acceptés.
Le circuit sera d'abord simulé sur ordinateur pour validation.
Il sera ensuite mis en œuvre sur une plaque d'essais électronique (Breadboard).
Les composants du circuit seront enfichés dans les trous de la plaque. Les liaisons seront réalisées à l'aide de fils rigides.
Lorsque le fonctionnement aura été validé opérationnellement, le circuit pourra être câblé sur un plaque de circuit imprimé pastillé, pour l'apprentissage de la soudure.

Toutes les manipulations (connexions et mesures) sont réalisables dans une salle de cours classique. Les seules précautions à prendre concernent les soudures qui doivent s'effectuer sur un établi dans un local adapté mais les connections et les mesures pourront être réalisées dans une salle de cours classique.

Le projet ne traitant que des régimes continus, les mesures s'effectueront au multimètre. On veillera à ce que les conditions de mesures soient discutées et analysées.

Objectifs opérationnels :

Evaluer le plus précisément possible la résistance de la peau humaine à l'aide d'un circuit conçu et réalisé par ses soins.

Analyser les influences des conditions de la mesure sur la mesure elle-même.

Lexique – Glossaire

Electrode : Pièce conductrice destinée à être mise en contact avec la peau pour transmettre un faible courant électrique. (< 0.05 mA, sans danger pour la personne !)

Capteur : Ici les deux électrodes

Galvanomètre : Indicateur à aiguilles déviant pour un courant faible (quelques mA)

Multimètre : appareil permettant de mesurer des tensions, courants, résistance… selon le niveau technique de l'appareil

Transistor : Composant électronique à trois contacts, souvent utiliser pour mettre en forme un signal, notamment l'amplifier avec un facteur d'amplification (Gain) de 200 environ.

La problématique

L'appareil de mesure utilisé dans la scène s'appelle détecteur de mensonge mais contrairement à ce qu'on peut penser ne détecte pas de mensonge! Il mesure la variation de la résistance de la peau. Cette résistance peut varier en fonction de la réaction émotionnelle de l'individu car celle-ci peut provoquer la transpiration. La résistance de la peau varie en fonction de son humidité et donc de la transpiration et de ce fait peut être corrélée aux variations émotionnelles ….
Il s'agit de construire un petit montage électronique mais aussi de relativiser les mesures réalisées ensuite. Les objectifs liés au produit sont atteints si on parvient à faire passer le transistor de l'état bloqué à l'état saturé (fonction commutation) en variant la résistance qui représente le palpeur de peau :

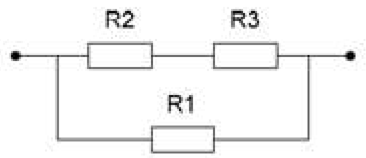
La peau est sèche : dans ce cas, la résistance va être élevé (≈1M ohms), très peu de courant circule vers le pole négative et donc le transistor doit être à l'état bloqué (Ic = Ib = Ie ≈0).

La peau est humide : La résistance de la peau décroit. Il circule plus de courant sur la surface de la peau et donc le transistor doit être à l'état saturé.

20. WORKSHOP Notions de base d'électricité en courant continu

F1 : Exercice 1 : Résistance équivalente

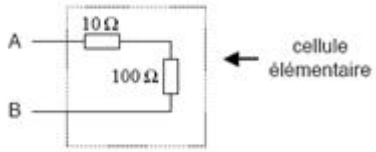
Calculer la résistance équivalente à l'association suivante :



On donne : $R_1 = 330\ \Omega$, $R_2 = 220\ \Omega$ et $R_3 = 820\ \Omega$.

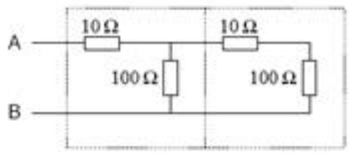
F2 : Exercice 2 : Résistance équivalente

1.



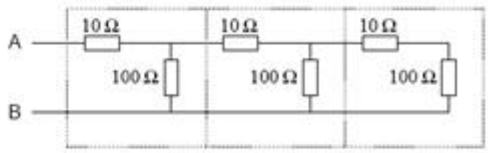
Calculer la résistance équivalente R_1 vue des bornes A et B.

2.



En déduire la résistance équivalente R_2 vue des bornes A et B.

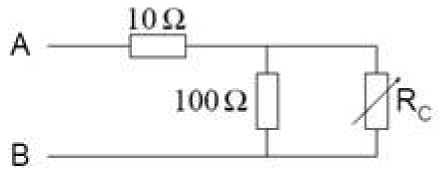
3.



En déduire la résistance équivalente R_3 vue des bornes A et B.

4. Vérifier que quand le nombre n de cellules tend vers l'infini, la résistance R_n tend vers une limite que l'on notera R_∞ .
Que vaut R_∞ ?

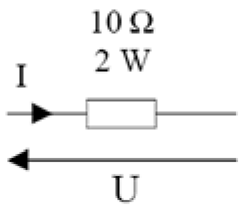
F2 : Exercice 3 : Résistance équivalente



1. Donner l'expression de R_{AB} en fonction de R_C.
2. Pour quelle valeur de R_C a-t-on $R_{AB} = R_C$?
3. Comparer avec R_∞ de l'exercice 2.

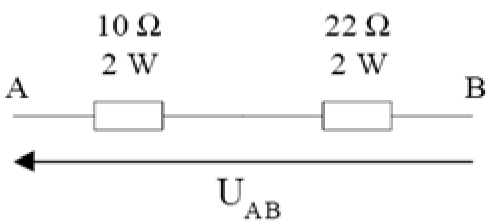
F1 : Exercice 4 : Puissance

1.



La valeur « 2 W » désigne la puissance électrique maximale que peut consommer la résistance.
Calculer la tension maximale que peut supporter la résistance.
Calculer le courant maximal que peut supporter la résistance.

2.



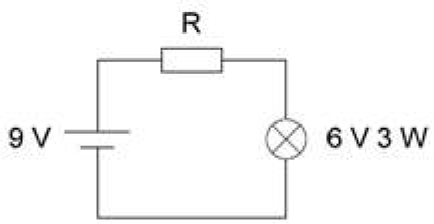
Calculer la tension U_{AB} maximale que peut supporter le circuit.

F1 : Exercice 5 : Ampoule et batterie

On dispose d'une batterie de fem 9 V de résistance interne négligeable et d'une ampoule « 6 V 3 W ».

1. Calculer le courant nominal de l'ampoule.

2.



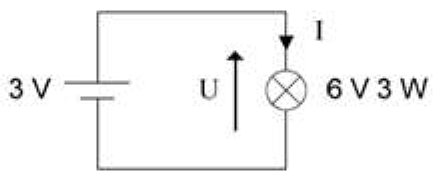
2.1. Calculer R pour que l'ampoule fonctionne normalement.
2.2. Calculer la puissance fournie par la batterie.
2.3. En déduire le rendement électrique du montage :

$$\eta = \frac{\text{puissance consommée par l'ampoule}}{\text{puissance fournie par la batterie}}$$

3. La tension aux bornes de l'ampoule est proportionnelle au carré du courant.

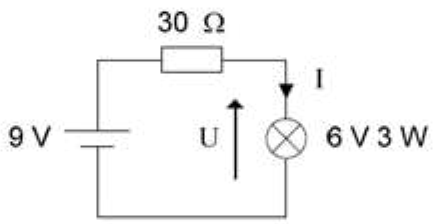
3.1. Déterminer l'équation de la caractéristique de l'ampoule U(I).

3.2.



Calculer I et la puissance consommée par l'ampoule.

3.3.



Calculer I et U.

Correction :

F1 : Exercice 1 : Résistance équivalente

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} = \frac{1}{330} + \frac{1}{220+820}$$

$$R_{eq} = 251\,\Omega$$

F2 : Exercice 2 : Résistance équivalente

1. 110 Ω
2. 62,38 Ω
3. 48,42 Ω
4. 37,016 Ω

F2 : Exercice 3 : Résistance équivalente

2. 37,016 Ω

F1 : Exercice 4 : Puissance

1.

$$\text{Loi de Joule :} \quad P = \frac{U^2}{R}$$

$$\Rightarrow U_{max} = \sqrt{P_{max} R} = \sqrt{2 \times 10} = 4{,}47\text{ V}$$

$$\text{Loi de Joule :} \quad P = RI^2$$

$$\Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{P_{max}}{R}} = \sqrt{\frac{2}{10}} = 0{,}447\text{ A}$$

2. Calculons le courant maximal que peut supporter la résistance de 22 Ω :

$$\text{Loi de Joule :} \quad P = RI^2$$

$$\Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{P_{max}}{R}} = \sqrt{\frac{2}{22}} = 0{,}302\text{ A}$$

Le courant qui circule dans le circuit est le même dans les deux résistances.
Le courant maximal dans le circuit est donc :

$I_{max} = 0{,}302$ A (c'est la plus petite des deux valeurs : 0,302 A et 0,447 A)
$U_{AB\ max} = (10 + 22) \times 0{,}302 =$ **9,65 V**

F1 : Exercice 5 : Ampoule et batterie

1. Courant nominal de l'ampoule : 3 W/6 V = 0,5 A

2.1. $R = (9 - 6)/0,5 = 6\ \Omega$
2.2. $9\ V \times 0,5\ A = 4,5\ W$
2.3. $\eta = 3 / 4,5 = 67\ \%$

Remarque : pour avoir un rendement idéal, on alimente directement une ampoule « 6 V » avec une batterie de fem 6 V.

3.1. U (en V) = $24 \cdot I^2$ (I en A)

3.2. $U = 3\ V$

$$I = \sqrt{\frac{3}{24}} = 0,35A$$

$P = UI = 1,06\ W$

3.3.

$$\begin{cases} U = 24 \cdot I^2 \\ 9 = U + 30 \cdot I \end{cases}$$

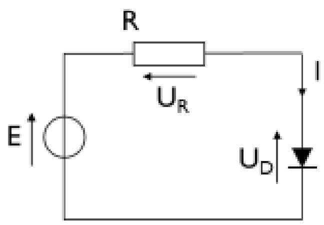
$24 \cdot I^2 + 30 \cdot I - 9 = 0$

Une seule solution physiquement acceptable : $I = \dfrac{-30 + \sqrt{30^2 + 4 \times 24 \times 9}}{2 \times 24} = 0,25\ A$

$U = 24 \times 0,25^2 = 1,5\ V$

21. WORKSHOP Diodes et transistors

F1 Diode



Donner l'expression de l'intensité du courant I dans le cas où la diode est :
idéale
avec seuil V_0
avec résistance série R_D et seuil V_0

Corrigé

$I = E / R$

$I = (E-V_0) / R$

$I = (E-V_0) / (R+R_D)$

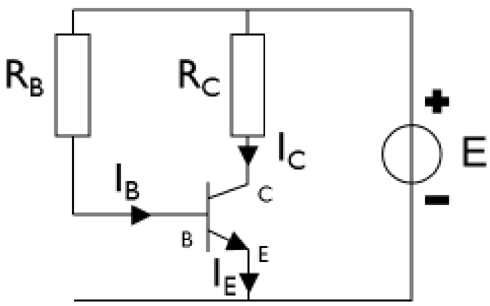
Transistor

Quel est le gain d'un transistor dont le courant de base vaut 0.6mA et le courant collecteur 48mA.

Corrigé

$\beta = I_c / I_b = 48/0.6 = 80$

F2 Transistor



Soit le montage ci-contre : le transistor est utilisé en amplificateur de courant.

En appliquant les lois de Kirchhoff (loi des mailles, loi des nœuds)
1. Déterminer l'expression de l'intensité du courant I_B.
2. Déterminer l'expression de l'intensité du courant I_C
3. En déduire l'expression du gain β du transistor
4. Dans le cas où V_{CE} et V_{BE} sont proches de 0 et très faibles devant E, que devient β ?

Corrigé

1. lois de Kirchhoff appliquées à la maille d'entrée (R_B, V_{BE}) : $I_B = \frac{E-V_{BE}}{R_B}$

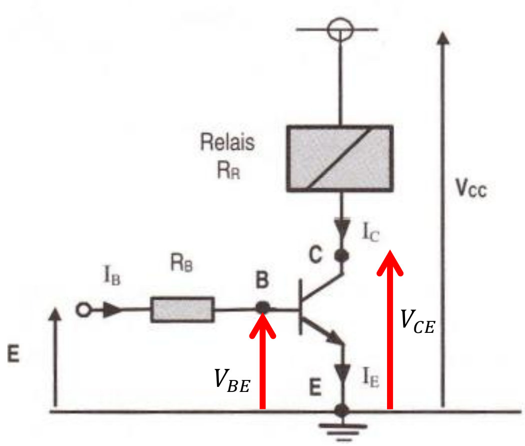
2. lois de Kirchhoff appliquées à la maille de sortie (R_C, V_{CE}) : $I_c = \frac{E-V_{CE}}{R_C}$

3. gain : $\beta = \frac{I_c}{I_B} = \frac{R_B}{R_C} \times \frac{E-V_{CE}}{E-V_{BE}}$

4. gain : $\beta \sim \frac{R_B}{R_C}$

F1 Commande de relais

Un circuit de commande génère une tension E qui entraîne l'enclenchement du relais R. Le courant délivré par ce circuit de commande étant trop faible pour enclencher directement le relais, on utilise le circuit à transistor représenté ci-dessous. Le relais sera modélisé par la résistance de sa bobine R_R. On donne : R_R = 50 Ω, E = 11 V, $V_{CC'}$ = 10 V , R_B = 2 kΩ, V_{BE} = 0,7 V. On suppose le transistor saturé avec V_{CE} = 0,1 V.



1. Flécher les tensions V_{BE} et V_{CE}.

2. Déterminer l'expression puis la valeur numérique de l'intensité du courant I_B.

3. Déterminer l'expression puis la valeur numérique de l'intensité du courant I_C.

4. Sachant que l'on peut considérer le transistor comme un nœud de courant, calculer le courant I_E.

Corrigé

1. voir schéma

2. Dans la maille d'entrée, la loi des mailles permet d'écrire $E - U_{RB} - V_{BE} = 0$.

On en déduit $R_B I_B = E - V_{BE}$, soit $I_B = \frac{E - V_{BE}}{R_B} = \frac{11 - 0,7}{2.10^3} = 5,15.10^{-3} \approx$ **5 mA.**

3. Dans la maille de sortie, la loi des mailles permet d'écrire $V_{CC} = U_{RR} + V_{CE}$.

On en déduit $R_R I_C = V_{CC} - V_{CE}$, soit $I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_R} = \frac{10 - 0,1}{50} \approx$ **200 mA.**

4. $I_E = I_B + I_C \approx$ **205 mA**. On constate en pratique que $I_C \approx I_E$.

F3 Cellule photovoltaique

On modélise une cellule photovoltaïque par le schéma ci-dessous dans lequel la diode (diode parfaite hormis une tension de seuil de 0,7 V) traduit la non linéarité de sa caractéristique.

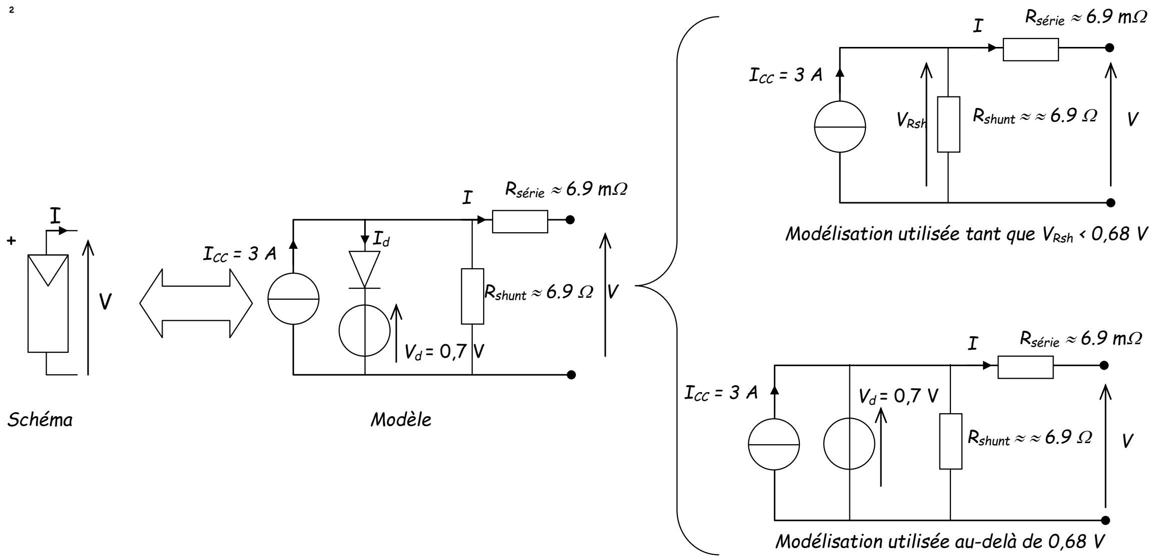
Pour l'étudier on utilise deux modèles correspondants à deux plages de tension.

Le premier modèle est pris pour une tension V comprise entre 0 et 0,68 V.

Le second pour une tension supérieure. A 0,68 V jusqu'à obtenir 0A

Modélisation

1) Déterminer le MET du premier modèle
2) Déterminer le MET du second modèle
3) Tracer les deux caractéristiques I=f(V) sur un même graphique

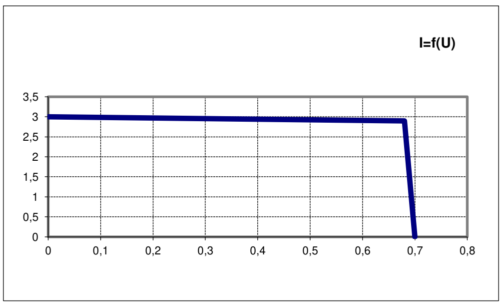


Correction

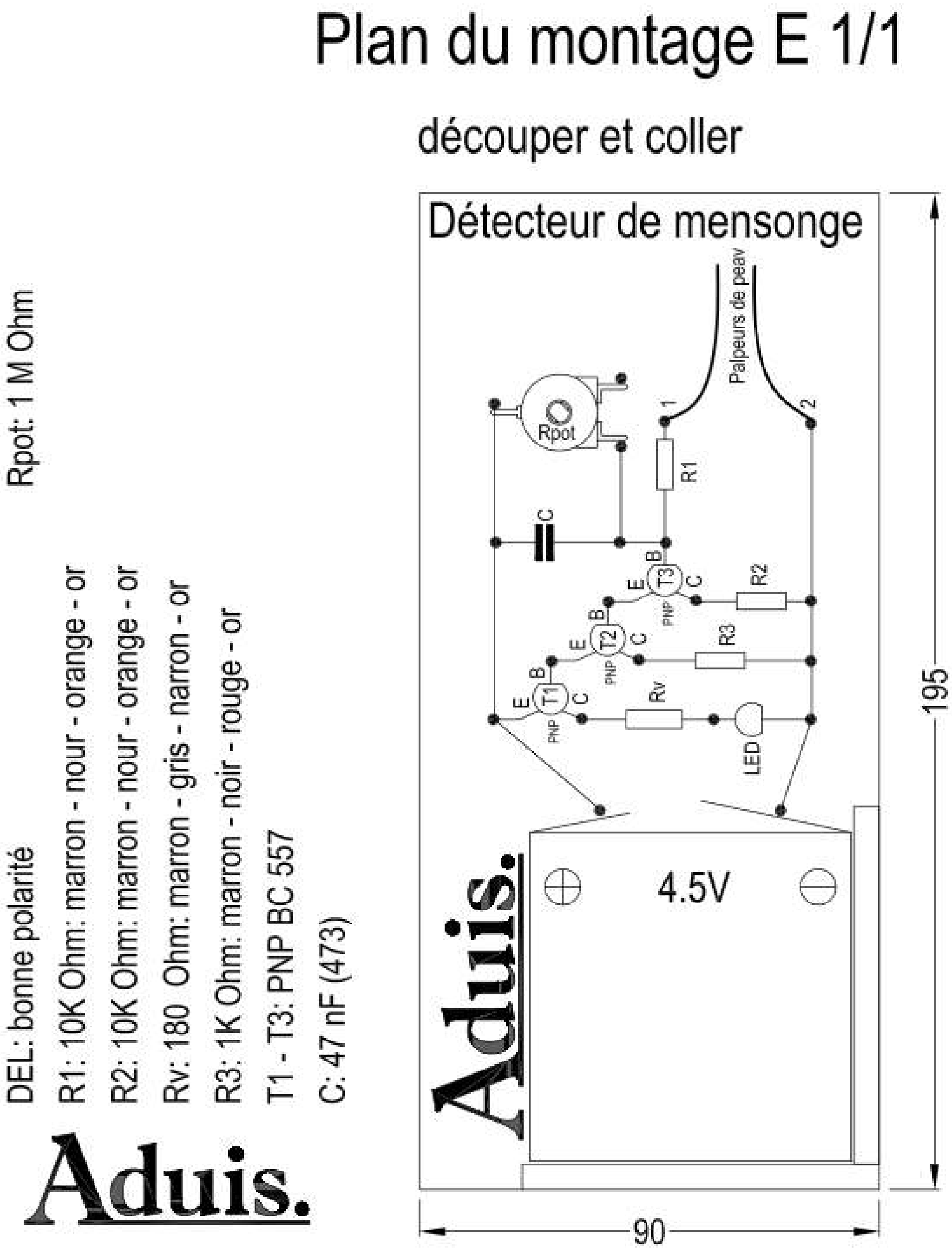
1°) MET 1 : tension à vide $U_0 = E_{T1} = R_{sh}I_{CC}$ = 20.7 V et $R_{T1} = R_{shunt}+R_{série}$ = 6.907 Ω

2°) MET 2 : tension à vide $U_0 = V_d$ = 0,7 V et $R_{T2} = R_{série}$ = 6.9 mΩ

3°)



22. Proposition de solution au projet : détecteur de mensonges



extrait Aduis N 200.916

https://www.aduis.fr/notices-de-montage/200916_F_.pdf